

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:

ЯДЕРНЫЕ КОНСТАНТЫ

ВЫПУСК 25

1977



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИИ  
И ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО АТОМНОЙ НАУКЕ  
И ТЕХНИКЕ

ЦЕНТР ПО ЯДЕРНЫМ ДАННЫМ

---

# ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ:

ЯДЕРНЫЕ КОНСТАНТЫ

ВЫПУСК 25

1977

Главный редактор В.А.КУЗНЕЦОВ

Редакционная коллегия: А.А.Абагян, А.Ф.Алябьев,  
Б.Г.Дубовский, В.Г.Заграфов, Ю.С.Замятин, О.Д.Казачковский,  
Д.А.Кардашев (ответственный секретарь), В.Н.Манохин, И.Г.Морозов,  
В.И.Мостовой, П.Э.Немировский, М.Н.Николаев, В.В.Орлов, К.А.Петржак,  
С.И.Сухоручкин, Л.Н.Усачев (заместитель главного редактора)

© Центральный научно-исследовательский институт информации и технико-экономических исследований по атомной науке и технике (ЦНИИАТМИНФОРМ), 1977

УДК 539.173.8

ПРОБЕГИ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ В РАЗНЫХ СРЕДАХ

А.И. Назаров, В.В. Фрунзе

THE PATHS OF FISSION FRAGMENTS IN DIFFERENT MATERIALS.  
Data on the fission fragment path for  $^{235}\text{U}$  and  $^{239}\text{Pu}$   
for every natural element are given in this review.

Интерес к пробегу осколков деления был проявлен еще в довоенные годы, что было обусловлено неясностью в схемах деления урана [1]. Точное измерение пробегов осколков урана позволило определить группы осколков, образующихся при делении урана. В работе [1] было показано, что уран делится в основном на две резко выраженные группы с пробегами в воздухе  $16 \pm 1$  и  $22 \pm 1$  мм. Также было высказано предположение о существовании других осколков, которые не удалось наблюдать вследствие несовершенства метода или из-за их малого выхода.

В процессе торможения в среде вследствие большой начальной скорости, равной  $\sim 10^9$  см/с, осколки сильно ионизируются из-за потери 10-20 орбитальных электронов. Поэтому осколки, которые превращаются в тяжелые ионы, обладая большим электрическим зарядом, легко вступают во взаимодействие с веществом среды, что является причиной малого их пробега. Через некоторое время осколки приходят в состояние теплового равновесия со средой, в которой они замедлялись, и, захватив недостающие им электроны, становятся нейтральными [2,3].

В связи с тем, что при захвате нейтрона делящимся ядром, импульс промежуточного ядра равен нулю, то и суммарный импульс осколков деления также равен нулю. Отсюда следует, что кинетические энергии разлетающихся осколков деления обратно пропорциональны их массам, т.е.

$$\frac{E_{\text{л}}}{E_{\text{т}}} = \frac{m_{\text{т}}}{m_{\text{л}}}, \quad (1)$$

где индексы л и т обозначают легкий и тяжелый осколок соответственно.

Ясно, что чем легче осколок, тем больше его пробег в среде, в которой произошло деление тяжелого ядра.

Экспериментальные и расчетные данные, которые были опубликованы до конца 1975 г., позволяют выделить следующие основные направления исследований:

1. Пробеги осколков деления в природных элементах.
2. Пробеги осколков деления в химических соединениях природных элементов.
3. Пробеги осколков деления в механических смесях, составленных из химических соединений природных элементов.

Благодаря проведенным исследованиям в настоящее время не представляет трудности получить среднее значение пробега осколков для любого элемента, существующего в природе, и для любых химических соединений и смесей.

Пробеги осколков деления в природных элементах

Обзорная работа Ф.Рустичелли является первой попыткой решить проблему оценок среднего пробега продуктов деления  $^{235}\text{U}$  в природных элементах, которые рассматриваются в качестве среды, тормозящей осколки [4]. Возможно, что эта работа послужит основой для дальнейшего улучшения данных справочного характера. В табл. 1-3 приведены экспериментальные данные по легким, средним (легким и тяжелым) и тяжелым усредненным осколкам деления  $^{235}\text{U}$ : абсолютные пробеги, относительная массовая тормозная способность вещества (или среды), относительная атомная тормозная способность вещества.

Таблица 1

Абсолютные пробеги усредненных легких осколков деления  $^{235}\text{U}$  и относительная тормозная способность (о.т.с.) [4]

Элемент (среда)	Пробег в среде, мг/см <sup>2</sup>	О.т.с. среды		Литература
		массовая	атомная	
$^1_1\text{H}$	1,00	4,110	0,153	[5]
$^4_2\text{He}$	1,38	2,978	0,442	
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	4,11	I	I	
$^{40}_{18}\text{Ar}$	4,45	0,924	1,368	
$^{59}_{28}\text{Ni}$	5,55	0,741	1,611	
$^{197}_{79}\text{Au}$	12,44	0,330	2,412	[6]
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	4,00	I	I	
$^{197}_{79}\text{Au}$	10,40	0,385	2,808	

<sup>x</sup>Нормировка по отношению к тормозной способности алюминия.

Таблица 2

Абсолютные пробеги усредненных тяжелых осколков деления  $^{235}\text{U}$  в различных средах и относительная тормозная способность этих сред [4]

Элемент (среда)	Пробег в среде, мг/см <sup>2</sup>	О.т.с. среды		Литература
		массовая	атомная	
$^1_1\text{H}$	0,86	4,012	0,150	[5]
$^4_2\text{He}$	1,14	3,026	0,449	
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,45	I	I	
$^{40}_{18}\text{Ar}$	3,84	0,898	1,330	
$^{59}_{28}\text{Ni}$	4,54	0,760	1,654	
$^{197}_{79}\text{Au}$	9,00	0,383	2,798	[6]
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,03	I	I	
$^{197}_{79}\text{Au}$	8,00	0,379	2,765	

<sup>x</sup>Нормировка по отношению к тормозной способности алюминия.

Нормировка тормозной способности любого вещества, приведенного в этих таблицах, выполнена относительно тормозной способности алюминия, который выбран произвольно.

Линейная тормозная способность вещества (или среды)

$$S = - \frac{dE}{dx} \quad (2)$$

где  $-dE$  - энергия, отданная частицей в толщине тормозящего вещества [4].

Массовая тормозная способность вещества

$$S_\rho = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dE}{dx} \quad (3)$$

где  $\rho$  - плотность тормозящего вещества.

Атомная тормозная способность

$$S_N = \frac{1}{N} \cdot \frac{dE}{dx} \quad (4)$$

где  $N$  - число атомов в единице объема тормозящего вещества.

В связи с тем, что  $N$  в единице объема вещества можно выразить через  $\rho$  и его атомную массу  $A$ , т.е.

$$N = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \rho}{A} \quad (5)$$

то из уравнений (3) и (4) легко получить следующее соотношение для тормозной способности любого вещества и алюминия, в которых происходит торможение осколков деления:

$$\frac{(S_N)_2}{(S_N)_{Al}} = \frac{(S\rho)_2}{(S\rho)_{Al}} \cdot \frac{A_2}{A_{Al}}, \quad (6)$$

где  $A_2$  и  $A_{Al}$  - атомная масса любого вещества (среды) и алюминия соответственно.

Таблица 3

Абсолютные пробеги усредненных (легких и тяжелых) осколков деления  $^{235}\text{U}$  в различных средах и относительная тормозная способность этих сред [4]

Элемент (среда)	Пробег в среде, мг/см <sup>2</sup>	О. т. с. среды		Лите- ратура
		массовая	атомная	
$^1_1\text{H}$	0,925	4,058	0,151	[5]
$^4_2\text{He}$	1,252	2,997	0,445	
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,753	I	I	
$^{40}_{18}\text{Ar}$	4,123	0,910	1,348	
$^{59}_{28}\text{Ni}$	4,994	0,751	1,635	
$^{197}_{79}\text{Au}$	10,444	0,359	2,623	
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,448	I	I	[6]
$^{197}_{79}\text{Au}$	9,046	0,381	2,783	
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,70	I	I	
$^{64}_{29}\text{Cu}$	-	0,672	1,582	[7]
$^{108}_{47}\text{Ag}$	-	0,554	2,215	
$^{197}_{79}\text{Au}$	-	0,334	2,438	
$^{24}_{12}\text{Mg}$	3,54	$1,045 \pm 0,030$	$0,941 \pm 0,030$	[8]
$^{27}_{13}\text{Al}^x$	3,70	I	I	
$^{56}_{26}\text{Fe}$	4,93	$0,750 \pm 0,045$	$1,552 \pm 0,090$	
$^{108}_{47}\text{Ag}$	6,67	$0,555 \pm 0,010$	$2,222 \pm 0,040$	

<sup>x</sup>Нормировка по отношению к тормозной способности алюминия.

Это соотношение выражает нормировку на тормозную способность алюминия.

Пробег осколков деления с атомным номером  $z_1$  (или частиц с зарядом  $z_1$ ) в среде с атомным номером  $z_2$  равен, мг/см<sup>2</sup>

$$R(z_1, z_2, E) = \rho_2 \cdot 10^3 \int_{E_{л,т}}^0 \frac{1}{(dE/dx)_2} dE. \quad (7)$$

Тогда из выражений (3) и (7) получаем

$$\frac{R_2}{R_{Al}} = \frac{(S\rho)_{Al}}{(S\rho)_2}, \quad (8)$$

где индекс 2 относится к любому элементу табл. I-3;

$\rho_2$  - плотность элемента (среды), г/см<sup>3</sup>.

Действительно, если сравнить значения пробега и массовой относительной тормозной способности в водородной и алюминиевой средах, приведенных в табл. I, то можно заключить, что соотношение (8) выполняется.

Уравнение для атомной тормозной способности элемента (среды), полученное в теоретической работе Линдхарда и др., имеет вид

$$-\frac{1}{N} \frac{dE}{dx} = \xi_e 8\pi e^2 a_0 \frac{z_1 z_2}{(z_1^{2/3} + z_2^{2/3})^{3/2}} \cdot \frac{v}{v_0}, \quad (9)$$

где  $a_0$  - радиус первой боровской орбиты водорода;  
 $v$  - скорость тормозящейся частицы (в данном случае осколок деления);  
 $N$  - атомная плотность тормозящей среды;  
 $e$  - заряд электрона;  
 $\xi$  - константа порядка  $z_1^{1/6}$ ,

позволяет в сочетании с экспериментальными значениями относительной атомной тормозной способности, приведенными в табл. I-3, получить значения этих величин для любого природного или искусственно полученного элемента (тормозящей среды). Очевидно, что относительная атомная тормозная способность вещества (в том числе любого, из приведенных в табл. I, 2)

$$(S_N)_2 / (S_N)_{Al} = \frac{z_2}{(z_1^{2/3} + z_2^{2/3})^{3/2}} \bigg/ \frac{z_{Al}}{(z_1^{2/3} + z_2^{2/3})^{3/2}}, \quad (10)$$

где  $z_1$  - атомный номер осколка деления;  
 $z_2$  - атомный номер элемента (среды);  
 $z_{Al}$  - атомный номер алюминия.

Для усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$  значение атомного номера  $z_1$  соответственно равно [4]

$$z_1 = z_L = 37,4;$$

$$z_1 = z_T = 54,6.$$

Из уравнения (10) можно определить относительную тормозную способность любого природного элемента ( $z_2 \approx I + 100$ ). Полученные авторами данного обзора значения этой величины, а также значения относительной массовой тормозной способности [см. соотношение (6)] элементов периодической системы Д.И. Менделеева для усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$  приведены в табл. 4. Нормировка, как и в предыдущих таблицах, выполнена относительно тормозной способности алюминия. Данные по массовой тормозной способности элементов позволяют найти абсолютные пробеги ( $\text{мг}/\text{см}^2$ ) усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$  в этих элементах по формуле (8). Отсюда следует, что определение пробега осколка в алюминии является основным в расчете пробегов. Пробег (в алюминии) усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$  рассчитан с учетом всех экспериментальных данных табл. I и 2 соответственно. Соотношение (8), позволяющее получить пробег в любом природном элементе, используется вначале для получения пробега осколка в алюминии с учетом данных табл. I для усредненного легкого осколка и с применением результатов табл. 2 для усредненного тяжелого осколка. Из соотношения (8) следует, что

$$R_{Al} = \frac{R_2(S_p)_2}{(S_p)_{Al}}, \quad (11)$$

где  $R_2$  - пробег осколка деления в любом из восьми элементов табл. I для легких осколков деления  $^{235}\text{U}$  (или табл. 2 для тяжелых осколков);

$\frac{(S_p)_2}{(S_p)_{Al}}$  - относительная массовая тормозная способность любого из восьми элементов табл. I (или табл. 2).

Таблица 4

Относительная тормозная способность элементов при движении  
усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$

Элемент (среда)	$A_2$	Легкий осколок $^{235}\text{U}$		Тяжелый осколок $^{235}\text{U}$	
		Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.	Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.
$^1\text{H}$	1,008	0,124	3,308	0,113	3,032
$^2\text{He}$	4,003	0,230	1,552	0,214	1,443
$^3\text{Li}$	6,939	0,326	1,269	0,307	1,193
$^4\text{Be}$	9,012	0,414	1,241	0,393	1,178
$^5\text{B}$	10,811	0,496	1,238	0,474	1,184
$^6\text{C}$	12,011	0,572	1,285	0,551	1,239
$^7\text{N}$	14,007	0,643	1,239	0,624	1,202
$^8\text{O}$	15,999	0,711	1,198	0,694	1,170
$^9\text{F}$	18,998	0,774	1,100	0,760	1,079
$^{10}\text{Ne}$	20,183	0,835	1,116	0,824	1,101
$^{11}\text{Na}$	22,990	0,892	1,047	0,885	1,038
$^{12}\text{Mg}$	24,312	0,947	1,051	0,943	1,047
$^{13}\text{Al}^x$	26,982	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>
$^{14}\text{Si}$	28,086	1,050	1,009	1,055	1,013
$^{15}\text{P}$	30,974	1,099	0,957	1,107	0,965
$^{16}\text{S}$	32,064	1,145	0,964	1,158	0,975
$^{17}\text{Cl}$	35,453	1,190	0,906	1,208	0,919
$^{18}\text{Ar}$	39,948	1,233	0,833	1,256	0,848
$^{19}\text{K}$	39,102	1,275	0,880	1,302	0,899
$^{20}\text{Ca}$	40,080	1,315	0,886	1,348	0,907
$^{21}\text{Sc}$	44,956	1,354	0,813	1,392	0,835
$^{22}\text{Ti}$	47,900	1,392	0,784	1,434	0,808
$^{23}\text{V}$	50,942	1,429	0,757	1,476	0,782
$^{24}\text{Cr}$	51,996	1,464	0,760	1,516	0,787
$^{25}\text{Mn}$	54,938	1,499	0,736	1,556	0,764
$^{26}\text{Fe}$	55,847	1,532	0,740	1,594	0,770
$^{27}\text{Co}$	58,933	1,565	0,716	1,632	0,747
$^{28}\text{Ni}$	58,710	1,596	0,734	1,669	0,767
$^{29}\text{Cu}$	63,540	1,627	0,691	1,705	0,724
$^{30}\text{Zn}$	65,370	1,657	0,684	1,740	0,718
$^{31}\text{Ga}$	69,720	1,687	0,653	1,774	0,687
$^{32}\text{Ge}$	72,590	1,715	0,638	1,808	0,672
$^{33}\text{As}$	74,922	1,743	0,628	1,841	0,663
$^{34}\text{Se}$	78,960	1,770	0,605	1,873	0,640

Элемент (среда)	A <sub>2</sub>	Легкий осколок <sup>235</sup> U		Тяжелый осколок <sup>235</sup> U	
		Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.	Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.
<sup>35</sup> Br	79,909	1,797	0,607	1,904	0,643
<sup>36</sup> Kr	83,800	1,823	0,587	1,935	0,623
<sup>37</sup> Rb	85,470	1,848	0,583	1,966	0,620
<sup>38</sup> Sr	87,620	1,873	0,577	1,995	0,614
<sup>39</sup> Y	88,905	1,897	0,576	2,024	0,614
<sup>40</sup> Zr	91,222	1,921	0,568	2,053	0,607
<sup>41</sup> Nb	92,906	1,944	0,565	2,081	0,604
<sup>42</sup> Mo	95,940	1,967	0,553	2,109	0,593
<sup>43</sup> Tc	99 <sup>XX</sup>	1,989	0,542	2,136	0,582
<sup>44</sup> Ru	101,07	2,011	0,537	2,162	0,577
<sup>45</sup> Rh	102,90	2,032	0,533	2,188	0,574
<sup>46</sup> Pd	106,40	2,053	0,521	2,214	0,561
<sup>47</sup> Ag	107,87	2,074	0,519	2,239	0,560
<sup>48</sup> Cd	112,40	2,094	0,503	2,264	0,544
<sup>49</sup> In	114,82	2,114	0,497	2,288	0,538
<sup>50</sup> Sn	118,69	2,133	0,485	2,312	0,526
<sup>51</sup> Sb	121,75	2,152	0,477	2,336	0,518
<sup>52</sup> Te	127,60	2,171	0,459	2,359	0,499
<sup>53</sup> I	126,90	2,190	0,466	2,382	0,506
<sup>54</sup> Xe	131,30	2,208	0,454	2,405	0,494
<sup>55</sup> Cs	132,90	2,226	0,452	2,427	0,493
<sup>56</sup> Ba	137,34	2,245	0,441	2,449	0,481
<sup>57</sup> La	138,91	2,260	0,439	2,470	0,480
<sup>58</sup> Ce	140,12	2,277	0,438	2,492	0,480
<sup>59</sup> Pr	140,91	2,294	0,439	2,512	0,481
<sup>60</sup> Nd	144,24	2,310	0,432	2,533	0,474
<sup>61</sup> Pm	147 <sup>XX</sup>	2,326	0,427	2,553	0,469
<sup>62</sup> Sm	150,35	2,342	0,420	2,573	0,462
<sup>63</sup> Eu	151,96	2,358	0,419	2,593	0,460
<sup>64</sup> Gd	157,25	2,373	0,407	2,612	0,448
<sup>65</sup> Tb	158,92	2,388	0,406	2,632	0,447
<sup>66</sup> Dy	162,50	2,403	0,399	2,651	0,440
<sup>67</sup> Ho	164,93	2,418	0,396	2,669	0,437
<sup>68</sup> Er	167,26	2,432	0,392	2,688	0,434
<sup>69</sup> Tm	168,93	2,447	0,391	2,706	0,432
<sup>70</sup> Yb	173,04	2,461	0,384	2,724	0,425
<sup>71</sup> Lu	174,97	2,475	0,382	2,742	0,423

Продолжение табл. 4

Элемент (среда)	A <sub>2</sub>	Легкий осколок <sup>235</sup> U		Тяжелый осколок <sup>235</sup> U	
		Атомная о.т.с	Массовая о.т.с.	Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.
72 <sup>Hf</sup>	178,49	2,488	0,376	2,759	0,417
73 <sup>Ta</sup>	180,95	2,502	0,373	2,776	0,414
74 <sup>W</sup>	183,85	2,515	0,369	2,794	0,410
75 <sup>Re</sup>	186,20	2,528	0,366	2,810	0,407
76 <sup>Os</sup>	190,20	2,541	0,360	2,827	0,401
77 <sup>Ir</sup>	192,20	2,554	0,358	2,844	0,399
78 <sup>Pt</sup>	195,09	2,566	0,355	2,860	0,396
79 <sup>Au</sup>	196,97	2,579	0,353	2,876	0,394
80 <sup>Hg</sup>	200,59	2,591	0,348	2,892	0,389
81 <sup>Tl</sup>	204,37	2,603	0,344	2,907	0,384
82 <sup>Pb</sup>	207,19	2,615	0,340	2,923	0,381
83 <sup>Bi</sup>	208,98	2,627	0,339	2,938	0,379
84 <sup>Po</sup>	210 <sup>XX</sup>	2,638	0,339	2,953	0,370
85 <sup>At</sup>	210 <sup>XX</sup>	2,650	0,340	2,968	0,381
86 <sup>Rn</sup>	222 <sup>XX</sup>	2,661	0,323	2,983	0,362
87 <sup>Fr</sup>	223 <sup>XX</sup>	2,672	0,323	2,998	0,363
88 <sup>Ra</sup>	226 <sup>XX</sup>	2,684	0,320	3,012	0,360
89 <sup>Ac</sup>	227 <sup>XX</sup>	2,695	0,320	3,027	0,360
90 <sup>Th</sup>	232,04	2,705	0,315	3,041	0,354
91 <sup>Pa</sup>	231 <sup>XX</sup>	2,716	0,317	3,055	0,357
92 <sup>U</sup>	238,03	2,727	0,309	3,069	0,348
93 <sup>Np</sup>	237 <sup>XX</sup>	2,737	0,312	3,082	0,351
94 <sup>Pu</sup>	242 <sup>XX</sup>	2,747	0,306	3,096	0,345
95 <sup>Am</sup>	243 <sup>XX</sup>	2,758	0,306	3,110	0,345
96 <sup>Cm</sup>	247 <sup>XX</sup>	2,768	0,302	3,123	0,341
97 <sup>Bk</sup>	247 <sup>XX</sup>	2,778	0,303	3,136	0,342
98 <sup>Cf</sup>	249 <sup>XX</sup>	2,788	0,302	3,149	0,341
99 <sup>Es</sup>	254 <sup>XX</sup>	2,797	0,297	3,162	0,336
100 <sup>Fm</sup>	253 <sup>XX</sup>	2,807	0,299	3,175	0,338
101 <sup>Md</sup>	256 <sup>XX</sup>	2,816	0,297	3,187	0,336
102 <sup>No</sup>	254 <sup>XX</sup>	2,826	0,300	3,200	0,340
103 <sup>Lw</sup>	257 <sup>XX</sup>	2,835	0,298	3,212	0,337
104 <sup>Ku</sup>	272 <sup>XX</sup>	2,844	0,282	3,225	0,320
105 <sup>Ku</sup>	273 <sup>XX</sup>	2,854	0,282	3,237	0,320

X Нормировка относительно тормозной способности алюминия.

XX Массовое число наиболее устойчивого изотопа искусственного радиоактивного элемента.

Усреднение восьми значений пробега усредненного легкого осколка  $^{235}\text{U}$  в алюминии, каждое из которых определено согласно уравнению (II) по экспериментальным данным табл. I, позволяет получить эффективный пробег в алюминии, равный  $3,676 \text{ мг/см}^2$ .

В результате аналогичного расчета, проведенного в работе [4] с экспериментальными данными табл. 2, получено значение эффективного пробега усредненного тяжелого осколка деления  $^{235}\text{U}$  в алюминии, равное  $3,021 \text{ мг/см}^2$ . В табл. 5 приведены абсолютные пробеги усредненных (по величине атомного номера) легкого и тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$ , определенные по формуле (8) с использованием эффективного пробега в алюминии и относительной массовой тормозной способности, значения которой для всех природных и искусственно полученных элементов, приведены в табл. 4. Размерность абсолютного пробега дана в миллиграммах на квадратный сантиметр и в микрометрах ( $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м} = 10^{-4} \text{ см}$ ). Плотность элементов периодической системы Д.И. Менделеева, приведенная в табл. 5, заимствована из работ [9, 10]. Для ряда элементов этой таблицы, значение плотности которых дается в виде предельных чисел (например, углерод), пробеги в микрометрах (или в сантиметрах) рассчитаны только для нижнего предела плотности.

В табл. 3 приведены относительные массовая и атомная тормозная способность, абсолютный пробег усредненных (легких и тяжелых) осколков  $^{235}\text{U}$  по экспериментальным данным четырех работ [4]. Данные по абсолютному пробегу были получены из работ [5] и [6] путем комбинирования пробегов усредненных легкого и тяжелого осколков деления согласно уравнению, полученному в приложении работы [8]:

$$\frac{1}{\langle R \rangle} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{\text{л}}} + \frac{1}{R_{\text{т}}} \right), \quad (\text{IIa})$$

где  $R_{\text{л}}$ ,  $R_{\text{т}}$  - пробег усредненного легкого и тяжелого осколков деления соответственно;

$\langle R \rangle$  - пробег усредненного среднего (легкого и тяжелого) осколка деления.

Авторы данного обзора по формуле (IIa) рассчитали пробеги усредненного среднего осколка деления  $^{235}\text{U}$  для природных и искусственно полученных элементов (см. табл. 5).

Из табл. 5 видно, что диапазон изменения значений абсолютного пробега осколков деления  $^{235}\text{U}$  во всех природных и искусственно полученных элементах, которые рассматриваются в качестве тормозящей среды, составляет  $\sim 1-13 \text{ мг/см}^2$ .

В работе [4] сравниваются значения атомной относительной тормозной способности элементов осколков  $^{235}\text{U}$ , рассчитанные и полученные экспериментально, и сделан вывод о том, что согласие данных можно считать удовлетворительным. Это же сравнение может быть проведено с использованием результатов табл. I, 2 и 4 данного обзора. Отсюда, можно предположить, что теорию Дж. Линдхарда и др. [11] можно применить для оценки относительной тормозной способности элементов и пробегов не только осколков деления  $^{235}\text{U}$ , но и любого другого делящегося вещества.

Таблица 5

Абсолютные пробеги усредненных легкого ( $z_{\text{л}} = 37,4$ ) среднего и тяжелого ( $z_{\text{т}} = 54,6$ ) осколков деления  $^{235}\text{U}$  в элементах периодической системы Д.И. Менделеева

Элемент (среда)	Плотность, $\text{г/см}^3$	Пробег осколков деления $^{235}\text{U}$					
		легкого		среднего		тяжелого	
		$\text{мг/см}^2$	$\text{мкм}$	$\text{мг/см}^2$	$\text{мкм}$	$\text{мг/см}^2$	$\text{мкм}$
$^1\text{H}$	$0,08988^{\text{X}}$	I, III	$12,36^{\text{X}}$	I, 05I	II, $69^{\text{X}}$	0,996	II, $09^{\text{X}}$
$^2\text{He}$	$0,17847^{\text{X}}$	2,368	$13,27^{\text{X}}$	2,222	$12,45^{\text{X}}$	2,093	II, $72^{\text{X}}$
$^3\text{Li}$	0,53	2,896	54,65	2,702	50,97	2,53I	47,76

Элемент (среда)	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Пробег осколков деления <sup>235</sup> U					
		легкого		среднего		тяжелого	
		мг/см <sup>2</sup>	мм	мг/см <sup>2</sup>	мм	мг/см <sup>2</sup>	мм
4Be	1,85	2,963	16,02	2,750	14,86	2,565	13,87
5B	2,34	2,970	12,69	2,744	11,73	2,550	10,90
6C	1,80-2,25	2,861	15,89	2,633	14,63	2,439	13,55
7N	1,25 <sup>x</sup>	2,966	2,37 <sup>x</sup>	2,720	2,18 <sup>x</sup>	2,512	2,01 <sup>x</sup>
8O	1,43 <sup>x</sup>	3,067	2,14 <sup>x</sup>	2,804	1,96 <sup>x</sup>	2,582	1,80 <sup>x</sup>
9F	1,70 <sup>x</sup>	3,343	1,97 <sup>x</sup>	3,046	1,79 <sup>x</sup>	2,799	1,65 <sup>x</sup>
10Ne	0,90 <sup>x</sup>	3,294	3,66 <sup>x</sup>	2,994	3,33 <sup>xx</sup>	2,744	3,05 <sup>x</sup>
11Na	0,97	3,510	36,18	3,182	32,80	2,910	30,00
12Mg	1,74	3,496	20,09	3,162	18,17	2,885	16,58
13Al	2,70	3,676	13,62	3,316	12,28	3,021	11,19
14Si	2,0-2,4	3,643	18,21	3,279	16,40	2,982	14,91
15P	1,82-2,70	3,840	21,10	3,450	18,96	3,132	17,21
16S	2,00	3,814	19,07	3,420	17,10	3,099	15,50
17Cl	3,21 <sup>x</sup>	4,058	1,26 <sup>x</sup>	3,632	1,13 <sup>x</sup>	3,286	1,02 <sup>x</sup>
18Ar	1,78	4,412	2,48 <sup>x</sup>	3,942	2,21 <sup>x</sup>	3,562	2,00 <sup>x</sup>
19K	0,86	4,178	48,58	3,725	43,32	3,362	39,09
20Ca	1,55	4,151	26,78	3,695	23,84	3,330	21,48
21Sc	3,02	4,522	14,97	4,019	13,31	3,617	11,98
22Ti	4,54	4,687	10,32	4,160	9,16	3,739	8,24
23V	6,11	4,857	7,95	4,304	7,04	3,864	6,32
24Cr	7,16	4,838	6,76	4,281	5,98	3,839	5,36
25Mn	7,30	4,994	6,84	4,413	6,04	3,953	5,42
26Fe	7,86	4,965	6,32	4,382	5,58	3,921	4,99
27Co	8,85	5,131	5,80	4,522	5,11	4,042	4,57
28Ni	8,90	5,010	5,63	4,410	4,96	3,938	4,42
29Cu	8,93	5,319	5,96	4,677	5,24	4,173	4,67
30Zn	7,14	5,373	7,53	4,719	6,61	4,206	5,89
31Ga	5,90	5,631	9,54	4,940	8,37	4,399	7,46
32Ge	5,33	5,766	10,82	5,052	9,48	4,495	8,43
33As	1,97-5,70	5,856	29,72	5,125	26,02	4,557	23,13
34Se	4,46	6,077	13,62	5,313	11,91	4,720	10,58
35Br	3,10	6,059	19,54	5,292	17,07	4,698	15,15
36Kr	3,71 <sup>x</sup>	6,263	1,69 <sup>x</sup>	5,465	1,47 <sup>x</sup>	4,848	1,31 <sup>x</sup>
37Rb	1,53	6,301	41,18	5,492	35,90	4,868	31,82
38Sr	2,55	6,374	25,00	5,551	21,77	4,916	19,28

Элемент (среда)	Плотность г/см <sup>3</sup>	Пробег осколков деления <sup>235</sup> U					
		легкого		среднего		тяжелого	
		мг/см <sup>2</sup>	МКМ	мг/см <sup>2</sup>	МКМ	мг/см <sup>2</sup>	МКМ
39Y	4,40	6,384	14,51	5,555	12,63	4,917	11,17
40Zr	6,50	6,470	9,95	5,625	8,65	4,975	7,65
41Nb	8,56	6,511	7,61	5,655	6,61	4,998	5,84
42Mo	10,23	6,646	6,50	5,767	5,64	5,094	4,98
43Tc	11,50	6,781	5,90	5,880	5,11	5,190	4,51
44Ru	12,30	6,847	5,57	5,932	4,82	5,233	4,26
45Rh	12,40	6,898	5,56	5,972	4,82	5,264	4,25
46Pd	11,65	7,060	6,06	6,107	5,24	5,380	4,62
47Ag	10,50	7,086	6,75	6,125	5,83	5,393	5,14
48Cd	8,64	7,312	8,46	6,316	7,31	5,558	6,43
49In	7,30	7,400	10,14	6,387	8,75	5,617	7,70
50Sn	5,75-7,28	7,580	13,18	6,537	11,37	5,746	9,99
51Sb	6,68	7,706	11,54	6,641	9,94	5,835	8,74
52Te	6,00	8,006	13,34	6,895	11,49	6,055	10,09
53J	4,94	7,896	15,98	6,795	13,76	5,964	12,07
54Xe	5,85 <sup>x</sup>	8,102	1,38 <sup>x</sup>	6,968	1,19 <sup>x</sup>	6,113	1,04 <sup>x</sup>
55Cs	1,87	8,135	43,50	6,992	37,39	6,131	32,79
56Ba	8,50	8,342	23,83	7,165	20,47	6,279	17,94
57La	6,15	8,373	13,61	7,187	11,69	6,296	10,24
58Ge	6,77	8,383	12,38	7,192	10,62	6,297	9,30
59Pr	6,77	8,369	12,36	7,175	10,60	6,280	9,28
60Nd	6,97	8,506	12,20	7,288	10,46	6,376	9,15
61Pm	7,26	8,609	11,86	7,372	10,15	6,446	8,88
62Sm	7,54	8,745	11,60	7,485	9,93	6,542	8,68
63Eu	5,20	8,780	16,89	7,510	14,43	6,561	12,62
64Gd	7,87	9,027	11,47	7,717	9,81	6,739	8,56
65Tb	8,30	9,065	10,92	7,745	9,33	6,761	8,15
66Dy	8,56	9,212	10,76	7,866	9,19	6,864	8,02
67Ho	8,80	9,293	10,56	7,931	9,01	6,918	7,86
68Er	9,10	9,368	10,30	7,991	8,78	6,967	7,66
69Tm	9,32	9,407	10,09	8,020	8,60	6,990	7,50
70Yb	6,98	9,580	13,73	8,164	11,70	7,112	10,19
71Lu	9,85	9,633	9,78	8,205	8,33	7,145	7,25
72Hf	13,15	9,733	7,43	8,320	6,33	7,243	5,51
73Ta	16,60	9,854	5,94	8,385	5,05	7,297	4,40
74W	19,30	9,959	5,16	8,470	4,39	7,368	3,82
75Re	20,80	10,034	4,82	8,530	4,10	7,418	3,57

Элемент (среда)	Плотность г/см <sup>3</sup>	Пробег осколков деления <sup>235</sup> U					
		легкого		среднего		тяжелого	
		мг/см <sup>2</sup>	мкм	мг/см <sup>2</sup>	мкм	мг/см <sup>2</sup>	мкм
76Oв	22,55	10,198	4,52	8,665	3,84	7,533	3,34
77Ir	22,42	10,253	4,57	8,708	3,88	7,568	3,38
78Pt	21,45	10,357	4,83	8,792	4,10	7,638	3,56
79Au	19,30	10,406	5,39	8,830	4,58	7,668	3,97
80Hg	13,55	10,547	7,78	8,946	6,60	7,766	5,73
81Tl	11,85	10,696	9,03	9,068	7,65	7,870	6,64
82Pb	11,34	10,794	9,52	9,147	8,07	7,936	7,00
83Bi	9,79	10,838	11,07	9,181	9,38	7,963	8,13
84Po	9,35	10,843	11,60	9,181	9,82	7,961	8,51
85At	(7) <sup>XX</sup>	10,796	15,42	9,138	13,05	7,921	11,32
86Rn	9,73 <sup>X</sup>	11,364	1,17 <sup>X</sup>	9,615	0,99 <sup>X</sup>	8,332	0,86 <sup>X</sup>
87Fr	(2) <sup>XX</sup>	11,368	56,84	9,614	48,07	8,328	41,64
88Ra	5,0	11,473	22,95	9,699	19,40	8,400	16,80
89Ac	10,07	11,477	11,40	9,698	9,63	8,397	8,34
90Th	11,50	11,685	10,16	9,870	8,58	8,543	7,43
91Pa	15,37	11,587	7,54	9,784	6,36	8,466	5,51
92U	18,06-19,04	11,893	6,58	10,038	5,56	8,684	4,81
93Np	18,00-20,45	11,796	6,55	9,953	5,53	8,608	4,78
94Pu	15,92-19,81	12,00	7,54	10,121	6,36	8,751	5,50
95Am	11,8	12,005	10,17	10,122	8,58	8,749	7,42
96Cm	13,5	12,158	9,01	10,247	7,59	8,856	6,56
97Bk	12 <sup>XX</sup>	12,115	10,10	10,207	8,51	8,818	7,35
98Cf	12 <sup>XX</sup>	12,170	10,14	10,250	8,54	8,853	7,38
99Es	12 <sup>XX</sup>	12,371	10,31	10,415	8,68	8,994	7,50
100Fm	12 <sup>XX</sup>	12,280	10,23	10,335	8,61	8,992	7,44
101Md	12 <sup>XX</sup>	12,383	10,32	10,419	8,68	8,992	7,49
102No	12 <sup>XX</sup>	12,245	10,21	10,299	8,58	8,887	7,41
103Lw	12 <sup>XX</sup>	12,349	10,29	10,383	8,65	8,957	7,46
104Ku	12 <sup>XX</sup>	13,028	10,86	10,950	9,12	9,444	7,87
105Ku	12 <sup>XX</sup>	13,034	10,86	10,952	9,13	9,443	7,87

<sup>X</sup> Размерность плотности г/л, размерность пробега см.

<sup>XX</sup> Плотность элемента принята условно, исходя из возрастания плотности аналогов этого элемента при возрастании атомной массы.

В работе [12] Ф.Рустичелли оценил пробеги осколков деления <sup>239</sup>Pu в природных элементах и определил относительную тормозную способность этих элементов. В табл.6 приведены данные, заимствованные авторами данной статьи из работы [12]. Таблица дополнена

результатами, полученными для элементов, отмеченных двумя звездочками. Для этих элементов при определении массовой относительной тормозной способности использовалось массовое число (атомная масса  $A_2$ ) наиболее устойчивого искусственного радиоактивного элемента. В расчетах были применены следующие значения атомных номеров (зарядов) усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{239}\text{Pu}$

$$\begin{aligned} z_1 &= z_L = 40; \\ z_1 &= z_T = 54, \end{aligned} \quad (12)$$

полученных на основании данных работ [13-16]. В связи с тем, что энергия усредненного легкого осколка  $^{239}\text{Pu}$   $E_L = 101,5 \pm 1,0$  МэВ, а усредненного тяжелого осколка  $E_T = (72,9 \pm 0,7)$  МэВ [13-14], то по формуле (1) можно получить усредненные массовые числа легкого и тяжелого осколков деления  $^{239}\text{Pu}$

$$\frac{101,5}{72,9} = \frac{237,1 - A_L}{A_L},$$

так как при делении  $^{239}\text{Pu}$  выделяется 2,9 нейтр. [15]. Отсюда  $A_L = 99,1$ ;  $A_T = 138$  (после испускания нейтронов). Составное ядро  $^{239}\text{Pu}$  после поглощения, как известно, характеризуется  $z_{Pu} = 94$  и  $A_{Pu} = 240$ . Атомный номер усредненного тяжелого осколка деления  $^{239}\text{Pu}$  определен в работе [12] на основе данных работы [16]

$$z_T = A_T^x \cdot \frac{z_{Pu}}{A_{Pu}} - 0,7, \quad (13)$$

где  $A_T^x$  - атомный вес усредненного тяжелого осколка до вылета вторичных нейтронов,  $A_T^x = 139,77$ .

Из выражения (13) следует, что  $z_T = 54$ , следовательно  $z_L = 40$ .

Для определения значений пробегов усредненных легкого и тяжелого осколков деления  $^{239}\text{Pu}$  (см. табл. 6) по формуле, аналогичной формуле (8), необходимо знать абсолютное значение пробега этих осколков хотя бы в одном элементе. Как следует из предыдущего, для осколков деления  $^{235}\text{U}$  в качестве такого элемента был выбран алюминий ( $R_{Al}$  имеется в формуле [8]). Так как данных в литературе по абсолютным пробегам осколков деления  $^{239}\text{Pu}$  в алюминии сравнительно мало, то в работе [12] были использованы данные по пробегу осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  в воздухе и в алюминии [17, 18], и после усреднения отношения  $R_L(^{239}\text{Pu})/R_L(^{235}\text{U})$  для сред воздух и алюминий для усредненных легкого и тяжелого осколков деления были получены следующие значения:

$$\left\langle \frac{R_L(^{239}\text{Pu})}{R_L(^{235}\text{U})} \right\rangle = 1,010; \quad \left\langle \frac{R_T(^{239}\text{Pu})}{R_T(^{235}\text{U})} \right\rangle = 1,040.$$

Отсюда следует, что эффективный пробег усредненных легкого и тяжелого осколков  $^{239}\text{Pu}$  в алюминии  $R_L = 3,713$  мг/см<sup>2</sup>,  $R_T = 3,142$  мг/см<sup>2</sup>. Подставив эти значения в формулу (8) можно определить пробег усредненных легких и тяжелых осколков деления  $^{239}\text{Pu}$  в природных и искусственно полученных элементах (см. табл. 6). Пробег усредненного осколка деления определен по формуле (11). Так, например, абсолютный пробег усредненного среднего осколка  $^{239}\text{Pu}$  в алюминии при  $R_L = 3,713$  мг/см<sup>2</sup> и  $R_T = 3,142$  мг/см<sup>2</sup> составляет  $\langle R \rangle = 3,403$  мг/см<sup>2</sup>.

Из табл. 6 видно, что с ростом атомного номера  $z_2$  от 1 до 105 наблюдается рост атомной относительной тормозной способности  $\sim 0,1 - 3,0$  и увеличение абсолютного пробега  $\sim 1,0 - 9,9 \pm 12,9$  мг/см<sup>2</sup> осколков деления  $^{239}\text{Pu}$ . Сравнение результатов, приведенных в табл. 4, 5 (осколки деления  $^{235}\text{U}$ ) и в табл. 6 (осколки деления  $^{239}\text{Pu}$ ), показывает, что различие значений этих величин незначительно. Однако для оценки пробегов в сложных системах в данном обзоре приведены результаты как для осколков деления  $^{235}\text{U}$ , так и для осколков деления  $^{239}\text{Pu}$ .

Следует отметить, что выше обсуждались усредненные осколки деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ .

Таблица 6

Относительная тормозная способность элементов и абсолютные пробеги осколков деления  $^{239}\text{Pu}$  в элементах периодической системы Д.И. Менделеева

Элемент	Средний легкий осколок			Усредненный средний осколок			Средний тяжелый осколок		
	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>
1H	0,122	3,254	1,141	0,117	3,139	1,085	0,114	3,039	1,034
2He	0,227	1,531	2,425	0,220	1,486	2,292	0,215	1,446	2,172
3Li	0,323	1,255	2,960	0,315	1,223	2,784	0,307	1,195	2,628
4Be	0,410	1,229	3,022	0,402	1,202	2,832	0,394	1,179	2,664
5B	0,492	1,228	3,025	0,483	1,205	2,823	0,475	1,186	2,650
6C	0,568	1,276	2,910	0,559	1,257	2,708	0,552	1,240	2,534
7N	0,640	1,232	3,013	0,632	1,217	2,796	0,625	1,203	2,611
8O	0,707	1,193	3,112	0,700	1,181	2,881	0,694	1,171	2,684
9F	0,772	1,096	3,388	0,766	1,087	3,130	0,760	1,080	2,909
10Ne	0,833	1,113	3,335	0,828	1,107	3,074	0,824	1,102	2,853
11Na	0,891	1,046	3,551	0,888	1,042	3,266	0,885	1,039	3,025
12Mg	0,947	1,051	3,534	0,945	1,049	3,245	0,944	1,047	3,001
13Al <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	3,713	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	3,403	1,000 <sup>x</sup>	1,000 <sup>x</sup>	3,142
14Si	1,051	1,010	3,677	1,053	1,012	3,364	1,054	1,013	3,102
15P	1,100	0,959	3,874	1,104	0,962	3,539	1,107	0,964	3,258
16S	1,148	0,966	3,844	1,153	0,970	3,507	1,158	0,975	3,224
17Cl	1,193	0,908	4,088	1,201	0,914	3,723	1,207	0,919	3,419
18Ar	1,237	0,836	4,442	1,247	0,842	4,041	1,255	0,848	3,706
19K	1,280	0,883	4,204	1,292	0,891	3,818	1,302	0,898	3,498
20Ca	1,321	0,889	4,174	1,335	0,899	3,787	1,347	0,907	3,466
21Sc	1,361	0,817	4,545	1,377	0,826	4,118	1,390	0,835	3,765
22Ti	1,400	0,789	4,709	1,418	0,799	4,262	1,433	0,807	3,892
23V	1,437	0,761	4,877	1,457	0,772	4,409	1,475	0,781	4,023
24Cr	1,474	0,765	4,855	1,496	0,776	4,384	1,515	0,786	3,997
25Mn	1,509	0,741	5,010	1,533	0,753	4,519	1,554	0,763	4,116
26Fe	1,544	0,746	4,979	1,570	0,758	4,487	1,593	0,770	4,083
27Co	1,577	0,722	5,143	1,605	0,735	4,630	1,630	0,746	4,210
28Ni	1,610	0,740	5,020	1,640	0,754	4,514	1,667	0,766	4,102
29Cu	1,641	0,697	5,328	1,674	0,711	4,787	1,703	0,723	4,346
30Zn	1,672	0,690	5,380	1,707	0,705	4,829	1,738	0,717	4,381
31Ga	1,702	0,659	5,636	1,739	0,673	5,055	1,772	0,686	4,582
32Ge	1,732	0,644	5,768	1,771	0,658	5,169	1,805	0,671	4,682
33As	1,760	0,634	5,856	1,802	0,649	5,244	1,838	0,662	4,747

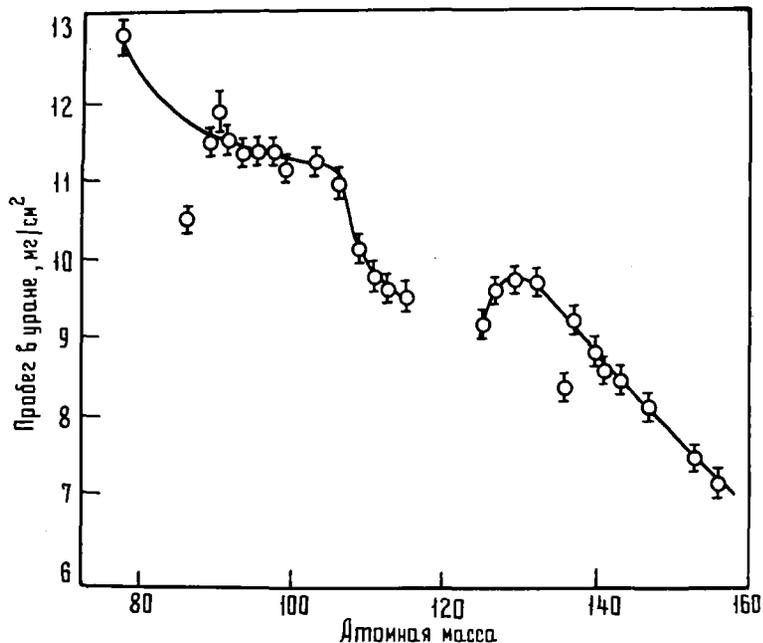
Элемент	Средний легкий осколок			Усредненный средний осколок			Средний тяжелый осколок		
	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>	Атом- ная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>
34Se	1,789	0,611	6,075	1,832	0,626	5,436	1,870	0,639	4,917
35Br	1,816	0,613	6,056	1,862	0,629	5,414	1,901	0,642	4,894
36Kr	1,843	0,593	6,258	1,891	0,609	5,590	1,932	0,622	5,051
37Rb	1,869	0,590	6,293	1,919	0,606	5,618	1,962	0,619	5,072
38Sr	1,895	0,583	6,364	1,947	0,599	5,677	1,992	0,613	5,122
39Y	1,920	0,583	6,373	1,974	0,599	5,681	2,021	0,613	5,123
40Zr	1,944	0,575	6,457	2,000	0,592	5,751	2,049	0,606	5,184
41Nb	1,968	0,572	6,496	2,027	0,589	5,782	2,077	0,603	5,208
42Mo	1,992	0,560	6,628	2,052	0,577	5,896	2,105	0,592	5,309
43Tc <sup>XX</sup>	2,015	0,549	6,761	2,077	0,566	6,010	2,131	0,581	5,409
44Ru	2,038	0,544	6,826	2,102	0,561	6,065	2,158	0,576	5,454
45Rh	2,060	0,540	6,875	2,126	0,557	6,104	2,184	0,573	5,487
46Pd	2,082	0,528	7,034	2,150	0,545	6,242	2,209	0,560	5,608
47Ag	2,103	0,526	7,059	2,173	0,544	6,260	2,234	0,559	5,622
48Cd	2,124	0,510	7,283	2,196	0,527	6,453	2,259	0,542	5,794
49In	2,144	0,504	7,368	2,219	0,521	6,527	2,283	0,537	5,856
50Sn	2,165	0,492	7,545	2,241	0,509	6,678	2,307	0,524	5,990
51Sb	2,185	0,484	7,669	2,263	0,501	6,786	2,331	0,517	6,083
52Te	2,204	0,466	7,967	2,284	0,483	7,046	2,354	0,498	6,313
53J	2,223	0,473	7,855	2,305	0,490	6,941	2,377	0,505	6,218
54Xe	2,242	0,461	8,059	2,326	0,478	7,118	2,399	0,493	6,374
55Ce	2,261	0,459	8,090	2,346	0,476	7,144	2,421	0,492	6,392
56Ba	2,279	0,448	8,293	2,366	0,465	7,320	2,443	0,480	6,547
57La	2,297	0,446	8,323	2,386	0,464	7,340	2,464	0,479	6,565
58Ce	2,314	0,446	8,331	2,406	0,463	7,346	2,485	0,479	6,566
59Pr	2,332	0,447	8,316	2,425	0,464	7,329	2,506	0,480	6,548
60Nd	2,349	0,439	8,451	2,444	0,457	7,444	2,526	0,473	6,648
61Pm <sup>XX</sup>	2,366	0,434	8,551	2,462	0,452	7,527	2,547	0,467	6,722
62Sm	2,382	0,428	8,685	2,481	0,445	7,642	2,566	0,461	6,822
63Eu	2,399	0,426	8,719	2,499	0,444	7,668	2,586	0,459	6,843
64Gd	2,415	0,414	8,962	2,517	0,432	7,878	2,605	0,447	7,028
65Tb	2,430	0,413	8,999	2,534	0,430	7,907	2,624	0,446	7,051
66Dy	2,446	0,406	9,142	2,551	0,424	8,030	2,643	0,439	7,159
67Ho	2,461	0,403	9,221	2,569	0,420	8,099	2,662	0,435	7,216
68Er	2,476	0,399	9,294	2,585	0,417	8,159	2,680	0,432	7,267
69Tm	2,491	0,398	9,331	2,602	0,416	8,186	2,698	0,431	7,291

Элемент:	Средний легкий осколок:			Усредненный средний осколок			Средний тяжелый осколок		
	Атомная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>	Атомная о.т.с.	Массовая о.т.с.	Пробег мг/см <sup>2</sup>	Атомная о.т.с.	Массо- вая о.т.с.	Пробег, мг/см <sup>2</sup>
70Yb	2,506	0,391	9,502	2,618	0,408	8,332	2,716	0,423	7,419
71Lu	2,521	0,389	9,553	2,635	0,406	8,373	2,734	0,422	7,453
72Hf	2,535	0,383	9,690	2,650	0,401	8,490	2,751	0,416	7,555
73Ta	2,549	0,380	9,769	2,666	0,389	8,557	2,768	0,413	7,612
74W	2,563	0,376	9,872	2,682	0,394	8,646	2,785	0,409	7,687
75Re	2,577	0,373	9,945	2,697	0,391	8,704	2,802	0,406	7,739
76Os	2,590	0,367	10,105	2,712	0,385	8,841	2,818	0,400	7,858
77Ir	2,604	0,365	10,159	2,727	0,383	8,885	2,835	0,398	7,895
78Pt	2,617	0,362	10,260	2,742	0,379	8,970	2,851	0,394	7,969
79Au	2,630	0,360	10,307	2,757	0,378	9,009	2,867	0,393	8,001
80Hg	2,643	0,355	10,446	2,771	0,373	9,126	2,883	0,388	8,103
81Tl	2,655	0,351	10,592	2,785	0,368	9,251	2,898	0,383	8,211
82Pb	2,668	0,347	10,688	2,799	0,365	9,331	2,914	0,379	8,281
83Bi	2,680	0,346	10,730	2,813	0,363	9,366	2,929	0,378	8,309
84Po <sup>XX</sup>	2,692	0,346	10,733	2,827	0,363	9,365	2,944	0,378	8,307
85At <sup>XX</sup>	2,704	0,347	10,686	2,840	0,365	9,321	2,959	0,380	8,265
86Rn <sup>XX</sup>	2,716	0,330	11,247	2,854	0,347	9,807	2,973	0,361	8,694
87Fr <sup>XX</sup>	2,728	0,330	11,248	2,867	0,347	9,806	2,988	0,362	8,691
88Ra <sup>XX</sup>	2,740	0,327	11,351	2,880	0,344	9,892	3,002	0,358	8,765
89Ac <sup>XX</sup>	2,751	0,327	11,354	2,893	0,344	9,891	3,017	0,359	8,763
90Th	2,763	0,321	11,558	2,906	0,338	10,066	3,031	0,352	8,916
91Pa <sup>XX</sup>	2,774	0,324	11,460	2,919	0,341	9,978	3,045	0,356	8,835
92U	2,785	0,316	11,762	2,931	0,332	10,237	3,058	0,347	9,063
93Np <sup>XX</sup>	2,796	0,318	11,665	2,944	0,335	10,150	3,072	0,350	8,984
94Pu <sup>XX</sup>	2,807	0,313	11,865	2,956	0,330	10,321	3,085	0,344	9,133
95Am <sup>XX</sup>	2,818	0,313	11,868	2,968	0,330	10,322	3,099	0,344	9,134
96Cm <sup>XX</sup>	2,828	0,309	12,018	2,980	0,326	10,449	3,112	0,340	9,242
97Bk <sup>XX</sup>	2,839	0,310	11,974	2,992	0,327	10,408	3,125	0,341	9,204
98Cf <sup>XX</sup>	2,849	0,309	12,027	3,004	0,326	10,451	3,138	0,340	9,240
99Es <sup>XX</sup>	2,859	0,304	12,225	3,015	0,320	10,620	3,151	0,335	9,387
100Fm <sup>XX</sup>	2,869	0,306	12,133	3,027	0,323	10,538	3,164	0,337	9,313
101Md <sup>XX</sup>	2,879	0,303	12,234	3,040	0,320	10,623	3,176	0,335	9,386
102No <sup>XX</sup>	2,889	0,307	12,097	3,051	0,324	10,501	3,188	0,339	9,276
103Lw <sup>XX</sup>	2,899	0,304	12,198	3,067	0,322	10,586	3,201	0,336	9,350
104Ku <sup>XX</sup>	2,909	0,289	12,867	3,075	0,305	11,163	3,213	0,319	9,858
105Ku <sup>XX</sup>	2,919	0,288	12,872	3,084	0,305	11,165	3,225	0,319	9,857

X Нормировка о.т.с. алюминия.

XX Массовая о.т.с. и пробеги определены с использованием массового числа наиболее устойчивого изотопа искусственного радиоактивного элемента (см.4-ю колонку табл.4).

Пробеги в металлическом уране 28 различных продуктов деления  $^{235}\text{U}$ , измеренные Дж.Нидеом [19], приведены на рисунке, где показано, что пробеги в уране осколков деления  $^{235}\text{U}$  с массовыми числами  $A_L = 95$  (усредненный легкий осколок) и  $A_T = 140$  (усредненный тяжелый осколок) составляют 11,4 и 8,8 мг/см<sup>2</sup> соответственно. Сравнение с результатами табл.5 (см.уран) показывает, что согласие значений этих величин более чем удовлетворительное ( $R_L = 11,893$  мг/см<sup>2</sup>,  $R_T = 8,684$  мг/см<sup>2</sup>).



Пробеги продуктов деления  $^{235}\text{U}$ , полученные экспериментально [19/

Располагая данными по пробегам осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{U}$  в природных элементах, можно оценить пробеги в химических соединениях этих элементов и в их механических смесях.

Пробеги осколков деления  
в химических соединениях природных элементов

В работе [20] изложен метод определения пробегов легкого, среднего и тяжелого усредненных осколков деления в любых сложных системах, составленных из природных элементов. Применение правила Брга-Клемана аддитивности атомной тормозной способности позволяет оценить атомную тормозную способность составной системы

$$\frac{1}{N_c} \left( \frac{dE}{dx} \right)_c = \sum_i \omega_i \frac{1}{N_i} \left( \frac{dE}{dx} \right)_i, \quad (14)$$

где  $N$  — число атомов в единице объема;  
 $\frac{dE}{dx}$  — линейная тормозная способность;  
 $\omega$  — атомная доля;

$c, i$  — индексы составной смеси и элементов.

С учетом того, что форма кривой проникаемости осколков деления не зависит от тормозящей среды (а именно поэтому оказалось возможным ввести понятие относительной тормозной способности), авторы работы [20] предложили следующую формулу оценки пробегов:

$$R_c = \frac{M_c}{\sum_i n_i (A_i / R_i)}, \quad (15)$$

где  $R_i$  - пробег осколка в элементе  $i$  ;  
 $n_i$  - число атомов в молекуле;  
 $A_i$  - атомная масса элемента  $i$  ;  
 $M_c$  - молекулярная масса составной системы.

В табл.7 приведены пробеги осколков деления в окислах, являющихся составными частями портланд-цемента, определенные по формуле (15). При этом были использованы пробеги осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  в природных элементах (см.табл.5 и 6 данного обзора). В табл.8 приведены пробеги осколков деления в некоторых органических соединениях, полученные аналогичным способом.

Таблица 7

Усредненные пробеги осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$   
в некоторых окислах,  $\text{мг/см}^2 [20]$

Окись	Молекулярная масса	$^{235}\text{U}$			$^{239}\text{Pu}$		
		Средний легкий осколок	Усредненный средний осколок	Средний тяжелый осколок	Средний легкий осколок	Усредненный средний осколок	Средний тяжелый осколок
$\text{SiO}_2$ (кварц)	60,09	3,311	3,046	2,755	3,352	3,088	2,864
$\text{Al}_2\text{O}_3$	101,96	3,362	3,093	2,798	3,404	3,136	2,908
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	159,69	4,188	3,798	3,394	4,220	3,844	3,531
$\text{CaO}$	56,08	3,770	3,431	3,076	3,803	3,475	3,200
$\Sigma = 377,82$							

Таблица 8

Усредненные пробеги осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$   
в некоторых пластмассах,  $\text{мг/см}^2 [20]$

Пластмасса	Плотность, $\text{г/см}^3$	$^{235}\text{U}$			$^{239}\text{Pu}$		
		Средний легкий осколок	Общий средний осколок	Средний тяжелый осколок	Средний легкий осколок	Общий средний осколок	Средний тяжелый осколок
Полиэтилен (или поли- тен)	0,84	2,336	2,195	2,021	2,383	2,231	2,100
	0,96	2,336	2,195	2,021	2,383	2,231	2,099
Тефлон <sup>X</sup>	2,15	3,214	2,975	2,704	3,261	3,018	2,810
	2,20	3,216	2,976	2,706	3,262	3,020	2,812
Полистирол	1,06	2,557	2,394	2,198	2,605	2,433	2,284
ПВХ <sup>XX</sup>	1,25	3,154	2,914	2,645	3,199	2,956	2,749

<sup>X</sup> Полимер тетрафторэтилена.

<sup>XX</sup> ПВХ (PVC) - поливинилхлорид  $\text{CH}_2-\text{CHCl}$ .

Пробеги осколков деления в механических смесях

Пробеги среднего легкого, усредненного среднего и среднего тяжелого осколков деления любого делящегося элемента в механических смесях, компонентами которых являются природные элементы или их химические соединения, могут быть найдены по формуле, подобной выражению (15). В этом выражении молекулярная масса  $M_c$  химического соединения заменяется на молекулярную массу смеси

$$\langle M \rangle = \sum_n \omega_n \cdot M_n, \quad (16)$$

где  $\omega_n$  - молярная доля  $n$ -го компонента в смеси;

$n_i$  - число атомов в молекуле химического соединения, которое заменяется на

$\bar{n}_i$  - среднее число атомов элемента  $i$  в "средней молекуле" смеси [20]

$$\bar{n}_i = \frac{\sum_n \omega_n \cdot N \cdot n_{in}}{N} = \sum_n \omega_n \cdot n_{in}, \quad (17)$$

где  $N$  - число Авогадро,  $\sum_n \omega_n N n_{in}$  - общее число атомов элемента  $i$  в моле смеси.

Отсюда следует, что средний пробег осколка в смеси [20]

$$\langle R \rangle = \frac{\langle M \rangle}{\sum_i \bar{n}_i (A_i/R_i)} = \frac{\langle M \rangle}{\sum_i \sum_n \omega_n n_{in} (A_i/R_i)} = \frac{\langle M \rangle}{\sum_n \omega_n \sum_i n_{in} (A_i/R_i)}. \quad (18)$$

Для  $n$ -го компонента смеси

$$R_n = \frac{M_n}{\sum_i n_{in} (A_i/R_i)}, \quad (19)$$

$$\sum_i n_{in} (A_i/R_i) = M_n/R_n. \quad (20)$$

Поэтому формула (18) примет вид

$$\langle R \rangle = \frac{\langle M \rangle}{\sum_n \omega_n \left( \frac{M_n}{R_n} \right)} = \frac{\sum_n \omega_n M_n}{\sum_n \frac{\omega_n M_n}{R_n}}. \quad (21)$$

Рассчитанные по этой формуле средние пробеги осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  в трех сортах портланд-цемента приведены в табл.9 и 10. Значения  $M_n$  и  $R_n$  в формуле (21) оценены ранее и приведены для четырех компонентов портланд-цемента ( $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaO}$ ) в табл.7.

Обычно для смеси дается массовое содержание  $P_n$  каждого  $n$ -го компонента и пробег в такой смеси вычисляют из выражения

$$\langle R \rangle = \frac{\sum_n P_n}{\sum_n \frac{P_n}{R_n}}. \quad (22)$$

Таблица 9

Усредненный пробег осколков деления  $^{235}\text{U}$   
в портланд-цементе, мг/см<sup>2</sup> [20]

Сорт цемента	Состав цемента, мас. %				Усредненный легкий осколок	Усредненный средний осколок	Усредненный тяжелый осколок
	$\text{SiO}_2$	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{Fe}_2\text{O}_3$	$\text{CaO}$			
I	20,0	7,0	3,0	66,0	3,644	3,327	2,991
II	22,0	7,0	3,0	63,0	3,632	3,317	2,982
III	20,0	5,5	4,5	66,0	3,656	3,338	3,000

Усредненный пробег осколков деления  $^{239}\text{Pu}$   
в портланд-цементе, мг/см<sup>2</sup> [20]

Сорт цемента	Композиция цемента, масс. %				Средний легкий осколок	Усредненный средний осколок	Средний тяжелый осколок
	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO			
I	20,0	7,0	3,0	66,0	3,680	3,37I	3,III
II	22,0	7,0	3,0	68,0	3,668	3,36I	3,IO2
III	20,0	5,5	4,5	66,0	3,692	3,38I	3,IO2

Действительно, если  $\omega_n = \langle M \rangle P_n / M_n$ , то в формуле (21) выражение в числителе

$$\sum_n \omega_n M_n \equiv \sum_n \langle M \rangle P_n = \langle M \rangle \sum_n P_n,$$

а в знаменателе, учитывая, что

$$\omega_n = (\langle M \rangle P_n) / M_n$$

$$\sum_n \frac{\omega_n \cdot M_n}{R_n} \equiv \sum_n \langle M \rangle \frac{P_n}{R_n} = \langle M \rangle \sum_n \frac{P_n}{R_n}.$$

После сокращения на  $\langle M \rangle$  получаем выражение (22). Так как  $\sum_n P_n$  (если учитываются все компоненты смеси) равна единице (или 100%), то выражение (22) можно упростить:

$$\langle R \rangle = \frac{1}{\sum_n \frac{P_n}{R_n}}. \quad (23)$$

Эта формула является основной для определения пробегов осколков деления в любой механической смеси, для которой задано массовое содержание компонентов смеси  $P_n$ .

Расчет по формуле (23) пробега осколков, например  $^{235}\text{U}$  в полиэтилене, дает значения, подобные приведенным в табл.8. При этом был использован полиэтилен следующего химического состава, мас. %: Н 14,3 и С 85,7 [21] и пробеги в водородной и углеродной средах, приведенные в табл.5 данного обзора.

Оценим по формуле (23) пробеги в воздухе среднего легкого, усредненного среднего и среднего тяжелого осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ . Состав сухого атмосферного воздуха, мас.%, приведен в работе [22]: N<sub>2</sub> 75,47; O<sub>2</sub> 23,20; Ar 1,28; CO<sub>2</sub> 0,046; H<sub>2</sub> 0,001; Ne 0,0012; He 0,00007; Kr 0,0003; Xe 0,00007.

Из приведенного состава воздуха (смеси) видно, что для оценки пробегов в воздухе достаточно учесть содержание в нем азота, кислорода и аргона (мас. %). Остальными компонентами можно пренебречь, так как в формуле (23) слагаемое  $P_n / R_n$  для каждого из них мало в силу того, что пробеги во всех компонентах воздуха примерно одного порядка, а массовое содержание  $P_n$ , начиная с углекислого газа и кончая ксеноном, мало по сравнению с массовым содержанием азота, кислорода, аргона. В табл. II приведены результаты оценок средних пробегов в воздухе осколков  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ . Для перевода размерности пробега миллиграмм на сантиметр квадратный в сантиметры использовалось значение плотности воздуха  $\rho_{\text{возд}} = 1,2929 \text{ г/л}$  [22]. Сравнение полученных в табл. II данных со значениями пробегов осколков  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ , приведенными в работе [12], можно считать удовлетворительным.

Таблица II

Пробеги в воздухе осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ 

Пробег	Средний легкий осколок		Усредненный средний осколок		Средний тяжелый осколок	
	Формула (23)	Литература [12]	Формула (23)	Литература [12]	Формула (23)	Литература [12]
Осколки $^{235}\text{U}$ :						
мг/см <sup>2</sup>	3,002	3,285 <sup>x</sup>	2,750	-	2,538	2,440 <sup>x</sup>
см	2,322	2,54I	2,127	-	1,963	1,887
Осколки $^{239}\text{Pu}$ :						
мг/см <sup>2</sup>	3,048	3,354 <sup>xx</sup>	2,826	-	2,638	2,658 <sup>xx</sup>
см	2,357	2,594	2,186	-	2,040	2,056

<sup>x</sup> Значения 3,285 и 2,440 мг/см<sup>2</sup> получены в работе [12] усреднением пробегов 3,55/5/ и 3,02 /6/ легкого осколка, 2,59/5/ и 2,29 /6/ тяжелого осколка  $^{235}\text{U}$ .

<sup>xx</sup> Экспериментальные данные работ [12,17].

В заключение следует отметить, что средние пробеги осколков деления в природных элементах, приведенные в табл.5 и 6, позволяют получать информацию о средних пробегах в любых средах. Рассмотренные примеры свидетельствуют о справедливости этого утверждения.

## С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. П е т р ж а к К.А. Пробеги и энергии осколков при делении урана быстрыми нейтронами. - "Изв. АН СССР, Сер. физ.", 1940, т. 4, № 2, с. 301. См. также "Докл. АН СССР", 1940, т. 27, с. 208.
2. С т е ф а н Р и ч а р д. Введение в ядерную технику. Пер. с англ. Под ред. Д.И.Воскобойника. М., Гостехиздат, 1956.
3. К и п и н Дж.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. Пер. с англ. Под ред. В.А.Кузнецова. М., Атомиздат, 1967.
4. R u s t i c h e l l i F. Ranges of  $^{235}\text{U}$  Fission Fragments in Natural Elements". - "Z. Phys.", 1973, v. 262, p. 211.
5. F u l m e r C.В. - "Phys.Rev.", 1957, v. 108, p. 1113.
6. A l e x a n d e r J.М., G a z d i k M.Ф. - "Phys.Rev.", 1960, v. 120, p. 874.
7. S e g r e E., W e i g a n d C. Stopping Power of Various Substances for Fission Fragments. - "Phys. Rev.", 1946, v. 70, p. 808.
8. A i e l l o V., M a r a c c i G., R u s t i c h e l l i F. Transmission of  $^{235}\text{U}$  Fission Fragments in Solid Media. - "Phys.Rev.", 1971, v. 48, p. 3812.
9. Справочник химика. Т.П. Основные свойства неорганических и органических соединений. Л., "Химия", 1964.
10. Г о р б а ч е в В.М., З а м я т н и н Ю.С., Л о в А.А. Основные характеристики изотопов тяжелых элементов. Справочник. М., Атомиздат, 1975, с.13.
11. L i n d h a r d J., S c h a r f f M., S c h i o t t H.Е. Kgl. Danske Videnskab, Selskab. - "Mat.-Fys. Medd.", 1963, v.33, N 14.

12. Rustichelli F. Evaluation of the Ranges of Fission Products. In: Nuclear Data in Science and Technology (Proceedings of a Symposium, Paris, 12-16 Mar.). 1973, v. 1 IAEA, Vienna, 1973, p. 559.
13. Hyde E.A. The Nuclear Properties of the Heavy Elements, v. 3, chap. 6, Kinetic Energy of the Fission Fragments. Prentice-Hall, New-Jersey, 1964.
14. Milton J.C.D., Fraser J.C. - "Can. J. Phys.", 1962, v. 40, p. 1626; 1963, v. 41, p. 817.
15. Reactor Physics Constants, ANL-5800 (Second Edition), 1963.
16. Nörenberg W. - "Phys. Rev.", 1972, v. 5, p. 2020.
17. Kattcoff J., Miskell J.A., Stanley C.W. - "Phys. Rev.", 1948, v. 74, p. 631.
18. Dange S.P., Jain H.C., Manohar S.B., e.a. - In: Physics and Chemistry of Fission (Proc. Symp., Vienna), IAEA, Vienna, 1969, p. 741.
19. Niday J. - "Phys. Rev.", 1961, v. 121, p. 1471.
20. Cesini G., Lucarini G., Rustichelli F. Evaluation of Fission Fragment Ranges in any Medium. - "Nucl. Instruments and Methods", 1975, v. 127, p. 579.
21. Бетон в защите ядерных установок. Изд. 2-е. М., Атомиздат, 1973, с. 14. Авт.: Д.Л.Бродер, Л.Н.Зайцев, И.М.Комочков, Б.С.Сычев.
22. Справочник химика. Т. I. Общие сведения. Строение вещества. Свойства важнейших веществ. Л.-М., Гостеххимиздат, 1962, с. 564.

УДК 539.173.4

АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ВЕЛИЧИНЕ  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$

В.Н.Кононов, Е.Д.Полегаев

AN ANALYSE AND EVALUATION OF THE  $\alpha$  DATA FOR  $^{239}\text{Pu}$ . The experimental data for  $^{239}\text{Pu}$   $\alpha$  (microscopic experiments) in the energy range 0,1-1000 keV were analysed and the evaluated values of alpha with the covariance matrix were obtained.

### Введение

Сечение радиационного захвата нейтронов для  $^{239}\text{Pu}$  является одной из важнейших констант при расчете реакторно-физических и технико-экономических характеристик реакторов на быстрых нейтронах. Однако в большинстве микроскопических экспериментов в результате измерений получают величину  $\alpha$  - отношение сечений радиационного захвата и деления. Поэтому при определении групповых сечений, основанных на результатах микроскопических экспериментов, обычно оценивают  $\alpha$ , а сечение захвата получают из комбинации оцененных значений  $\alpha$  и сечения деления. В 1971 и 1973 гг. величина  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$  оценена в работах [1] и [2]. В последующие годы список экспериментальных работ значительно пополнился, и в связи с этим целесообразно произвести новую оценку этой величины по совокупности всех экспериментальных данных, опубликованных к настоящему времени в работах [3 - 25]. При анализе экспериментов авторы данной работы

считали важным оценить не только погрешности оцененных данных, но также и их корреляционные свойства - вопрос, который в предыдущих оценках  $\alpha$  практически не рассматривался.

#### Методы измерения $\alpha$ и основные источники погрешностей

Экспериментальные работы по измерению  $\alpha$  можно разделить на три большие группы:

- эксперименты на спектрометрах резонансных нейтронов (СРН), использующих различные типы импульсных источников нейтронов с замедлителем;
- эксперименты на импульсных электростатических генераторах (ИЭГ);
- эксперименты на квазимоноэнергетических источниках нейтронов с постоянной во времени интенсивностью.

Такое разделение обусловлено как областями энергий нейтронов, в которых используется каждая группа, так и общностью методических особенностей, являющихся источником систематических погрешностей. Вместе с тем, все экспериментальные методы измерения  $\alpha$  имеют ряд общих характеристик, которые рассмотрены ниже.

Во всех известных экспериментах непосредственно измеряется не сама  $\alpha$ , а  $\gamma = N_\gamma / N_f$ , связанная с  $\alpha$  в простейшем случае соотношением

$$A\gamma \approx \alpha + B,$$

где  $N_\gamma$  и  $N_f$  - измеряемые в опыте скорости счета в каналах регистрации  $\gamma$ -излучений захвата и деления и событий деления;

$A$  и  $B$  - аппаратные константы измерительной установки.

Следовательно, точность измерения  $\alpha$  зависит от абсолютной величины константы, метода  $B$ , которая в различных экспериментах равна 0,3-2,5 и, по-существу, характеризует чувствительность данного метода к величине  $\alpha$ . С одной стороны, погрешность определения константы  $B$  приводит к систематической погрешности в получаемой величине  $\alpha$ , которая значительно возрастает при уменьшении абсолютного значения  $\alpha$ , характерного для поведения  $\alpha$  ( $E_n$ ) <sup>239</sup>Pu при энергии нейтронов выше  $\sim 10$  кэВ. С другой стороны, погрешность в  $\alpha$ , обусловленная процессом обработки аппаратных спектров (например, вычитание фона) и другими эффектами, возрастает в  $\sim (1+B/\alpha)$  раз.

Константа  $B$  также имеет определяющее значение при выборе способа получения абсолютной величины  $\alpha$ . При значениях  $B \approx 0,3$ , которые были получены в трех экспериментах на ИЭГ благодаря применению высокоэффективного метода регистрации событий деления с помощью сцинтилляционного бака, загруженного кадмием или гадолинием, оказалось возможным провести абсолютные измерения  $\alpha$  с приемлемой точностью  $\sim 10\%$  [15-19].

В большинстве других экспериментов измерения являются относительными и для определения аппаратных констант используется нормировка на "опорные" величины. В качестве последних брали значения  $\alpha$  для нескольких хорошо разрешенных резонансов [3,4, 7-9,14], значения сечений деления и поглощения в области 0,05-0,4 эВ [10-12], значения  $\alpha$  для спектра тепловых нейтронов [6,13,25], а также в области быстрых нейтронов при  $E_n = 30$  кэВ [20,21]. В некоторых работах часть аппаратных констант измерялась экспериментально. Указанные методы нормировки имеют свои преимущества и недостатки. Так, при нормировке по резонансным значениям  $\alpha$ , несмотря на их относительно невысокую точность, охватывается большой диапазон значений  $\alpha$  (0,5-9). Однако при этом возникает опасность того, что различие в эффектах резонансной блокировки в области нормировки и основных измерений и правильность учета этого эффекта приведут к дополнительным систематическим погрешностям. Такая опасность особенно велика, как например в работе [8], где в канале регистрации  $\gamma$ -излучений использовался "толстый" образец, а в канале деления - тонкий слой плутония. Нормировка по надтепловой области обладает большей надежностью с точки зрения опорных сечений, но охватывает существенно более узкий интервал значений  $\alpha$  (0,4 + 0,6) [10-12]. Этот недостаток относится и к экспериментам, где для нормировки используется значение  $\alpha$  на спектре тепловых нейтронов.

Необходимо отметить, что при нормировке относительных измерений всегда предполагается постоянство эффективности детекторной системы во всем исследуемом диапазоне энергий нейтронов. Однако это важное условие удовлетворяется не во всех экспериментах по измерению  $\alpha$ , поскольку некоторые применявшиеся детекторные системы оказываются чувствительными, например, к изменениям с энергией нейтронов в характеристиках процессов захвата и деления (спектр  $\gamma$ -излучений захвата и деления, полная энергия  $\gamma$ -излучений деления, среднее число нейтронов деления и др.), используемых для регистрации событий захвата и деления.

Для детекторов  $\gamma$ -излучений также опасения относятся в первую очередь к системам, основанным на применении кристаллов NaI (Т1) и стиблена малого объема [6,9,14,20,21,25], эффективность которых пропорциональна множественности  $\gamma$ -излучений и, следовательно, чувствительна к изменениям в спектрах  $\gamma$ -излучений захвата и деления. Подобные опасения возникают и в случаях использования больших жидкостных сцинтилляционных детекторов (БЖД) в режиме совпадений между двумя половинами детектора [8,10-12], а также при повышении порога регистрации в детекторах полной энергии [5] и при экранировании образца свинцом, применявшихся для улучшения отношения эффекта к фону.

В экспериментах, где регистрация событий деления производится по нейтронам деления [3,5-7, 14-19, 21,25], возможна чувствительность к изменению  $\bar{\nu}$  с энергией падающих нейтронов. Эта чувствительность будет наибольшей в случае применения детекторов малого объема [3,5,6,14,21,25], у которых  $\epsilon_f \approx \bar{\nu}$ , и вариации в  $\bar{\nu}$  непосредственно влияют на результат.

Кроме указанных выше причин, непостоянство эффективностей с энергией нейтронов может быть связано также с чувствительностью детекторов и регистрирующей аппаратуры к перегрузкам. Это приводит к необходимости принятия специальных мер [17] или требует введения соответствующих поправок, величина которых оказывается значительной ( $\sim 1\%$  [12]).

Во многих экспериментах по измерению  $\alpha$  используют достаточно массивные образцы плутония. Поэтому в результаты измерений должны вноситься соответствующие поправки: на резонансное самоэкранирование и многократное рассеяние нейтронов в образце, на поглощение  $\gamma$ -излучений захвата и деления в образце, на размножение нейтронов в образце и т.д. Для ряда экспериментов важно учитывать корреляцию направления вылета осколков и нейтронов деления, а также вариации среднего числа нейтронов с энергией падающих нейтронов. Это приводит к дополнительным систематическим погрешностям, причем роль большинства поправок возрастает с уменьшением  $\alpha$  и систематические погрешности, связанные с несовершенством методов введения поправок, оказываются зависящими от энергий нейтронов.

Краткое рассмотрение основных характеристик методов измерения  $\alpha$  <sup>239</sup>Pu показывает, что все выполненные до настоящего времени эксперименты являются не прямыми и требуют от авторов всестороннего анализа условий эксперимента и введения большого числа поправок. В связи с этим важным критерием надежности данных, полученных в той или иной работе, является подробный анализ эксперимента и погрешностей, а также проведение в рамках данного метода нескольких независимых циклов измерения, желательно с модификацией условий проведения опытов.

Рассмотрим некоторые особенности трех групп экспериментов по измерению  $\alpha$ .

В настоящее время выполнено достаточно много работ на СРН, которые охватывают интервал энергий нейтронов от 0,1 до нескольких десятков килоэлектронвольт, а в последних работах — до 200 кэВ. Во всех этих экспериментах наиболее важной проблемой является учет фона в канале регистрации  $\gamma$ -излучений. Природа фона в  $\gamma$ -канале, несвязанного с радиоактивностью и космическим излучением, основана на неустраняемом эффекте — на рассеянии нейтронов в рабочем образце. Особенность СРН состоит в том, что в интересующей области энергий нейтронов лежит только небольшая часть ( $\sim 10^{-2}$ ) полного числа нейтронов, пересекающих образец. Подавляющая часть нейтронов, а именно, быстрые нейтроны, являются основным источником переменного фона, определение которого и вызывает наибольшие трудности.

Переменный фон имеет две компоненты: мгновенный фон, момент регистрации которого совпадает с моментом пролета вызывающих его нейтронов через образец, задержанный фон, который регистрируется детектором через некоторое время (время "блуждания") после пролета соответствующих нейтронов через образец. Соотношение между компонентами фона различное для разных типов детекторов, однако можно утверждать, что в большинстве экспериментов при энергиях нейтронов выше  $\sim 1-5$  кэВ суммарный переменный фон составляет более 50 - 80% полного счета в канале регистрации  $\gamma$ -излучений. Этот вывод кажется неожиданным, но детекторы малого объема имеют уровень переменного фона даже более высокий, чем у БЖСД [11].

Общепринятый метод измерения переменного фона с помощью "черных" резонансных фильтров не позволяет наблюдать мгновенного фона и не может дать правильной картины задержанного фона, так как постановка на пучке нейтронов фильтра приводит к ослаблению потока быстрых нейтронов - основного источника фона. Определение фона путем экстраполяции к нулевой толщине фильтра не может обеспечить удовлетворительной точности. Единственным методом, который может дать правильную картину задержанного фона, является проведение эксперимента с постоянно установленными на нейтронном пучке фильтрами. Мгновенная компонента фона может быть измерена с приемлемой точностью в опытах с приблизительно эквивалентным образцу рассеивателем, а также с постоянно установленными на пучке резонансными фильтрами. Но из описания экспериментальных процедур не следует, что этот простой прием был использован в работах по измерению величины  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$ .

Кроме эффектов, связанных с рассеянием быстрых нейтронов в образце, в опытах по измерению  $\alpha$  на СРН имеется переменная компонента фона от задержанных  $\gamma$ -излучений делений, вызываемых в образце быстрыми нейтронами, и от  $\gamma$ -излучений тормозной мишени. Эти эффекты дополнительно усложняют анализ экспериментальных результатов, а также приводят к значительным перегрузкам детекторов.

Из-за относительно низкой чувствительности большинства использованных методик (большое значение константы В), отмеченные выше трудности точного определения переменной составляющей фона в экспериментах на СРН при энергиях выше  $\sim 1-5$  кэВ, вероятно, являются основной причиной больших систематических погрешностей при измерениях в этой области энергий нейтронов и обуславливают то большое (до  $\sim 50\%$ ) расхождение в полученных на СРН данных, которое наблюдается при  $E_n > 5 \div 10$  кэВ.

Среди работ, выполненных на СРН, особое место занимают эксперименты Г.В.Мурадяна с сотрудниками ИАЭ [9] и Р.Гвина с сотрудниками Ок-риджской национальной лаборатории [12]. В этих экспериментах образцом служил слой плутония в камере деления и события захвата выделялись методом антисовпадений с событиями деления, регистрируемыми камерой деления. Таким образом, наряду с использованием тонкого образца в этих опытах имеется возможность получить малое значение константы В. Однако из-за небольшой интенсивности источника нейтронов полностью реализовать возможности такой постановки опыта в работе [9] не удалось. В опытах Р.Гвина, проводившихся в течение ряда лет на ускорителе ОРЕЛА оказалось возможным значительно расширить измеряемый диапазон энергий нейтронов, но, к сожалению, из-за малой эффективности камеры деления константа метода В была все же большой ( $V \simeq 0,7$ ).

На ИЭГ проводились измерения двух типов: абсолютные, с использованием БЖСД [15-19], и относительные, с использованием детекторов небольшого объема [20,21]. В этих экспериментах, в отличие от работ на СРН, величина истинного фона определяется непосредственно в рабочей серии. Кроме того, вследствие большой частоты повторения нейтронных импульсов по сравнению с временем жизни нейтронов в детекторе, задержанный фон, являющийся основной компонентой фона, в значительной степени усредняется и очень слабо изменяется во всем исследуемом диапазоне энергий нейтронов. Благодаря этому, несмотря на большой уровень фона БЖСД, который связан с высокой эффективностью регистрации нейтронов и  $\gamma$ -излучений - принципиальным моментом с точки зрения проведения абсолютных измерений, удается достигнуть приемлемой точности измерения  $\alpha$ .

Следует отметить, что эксперименты по абсолютному измерению  $\alpha$  с помощью БКСД [15-19], существенно отличающиеся по конкретной реализации, находятся в достаточно хорошем согласии между собой, за исключением точки при  $E_n = 64 \pm 15$  кэВ.

Эксперименты на ИЭГ по относительному измерению  $\alpha$ , в отличие от экспериментов с БКСД, могли проводиться на коротких пролетных базах. Это позволило производить в них измерения в области энергий нейтронов  $\sim 5 \pm 10$  кэВ.

Следующая группа экспериментов, проводившихся на квазиодноэнергетических нейтронах, включает опыты в сферической геометрии на фотонейтронных источниках [22-24] и относительные измерения с нормировкой на тепловую область, выполненные на фильтрованных реакторных пучках [25]. Получение данных по  $\alpha$  из опытов в сферической геометрии имеет известные трудности, связанные с учетом резонансной природы сечений при рассмотрении прохождения нейтронов через достаточно толстые сферические образцы, используемые в этом методе. В измерениях  $\alpha$  на фильтрованных пучках использовалась привязка к тепловой области, поэтому данные работы [25] дают важную дополнительную информацию об  $\alpha$  в области быстрых нейтронов, хотя при  $E_n = 2$  кэВ, в связи с сильной структурой в  $\alpha$ , интерпретация этих данных требует точного знания спектра нейтронов источника.

Выше рассмотрены наиболее важные моменты, а также связанные с ними погрешности в существующих методах измерения  $\alpha$ . В совокупности они определяют экспериментальную точность измерения этой величины. При этом было показано, что кроме статистической точности и случайных погрешностей, для которых существует известный формализованный аппарат оценки, всем методам присущи, и они являются определяющими, другие погрешности, связанные с вычитанием фона, нормировкой, несовершенством измерительной аппаратуры, введением различного рода поправок. Эти погрешности являются систематическими. В настоящее время не разработано общего подхода к объективной оценке таких погрешностей. Вследствие этого при выработке оцененных данных, погрешностей и их корреляционных свойств авторы данной работы руководствовались различными экспериментальными методами.

#### Оценка данных по величине $\alpha$ $^{239}\text{Pu}$ в области энергий нейтронов 0,1-1000 кэВ

Область энергий нейтронов 0,1-10 кэВ. Наиболее совершенной с точки зрения постановки эксперимента и уровня экспериментальной техники является работа Ок-риджской национальной лаборатории [12]. Поэтому данные этой работы были использованы при оценке кривой в указанном диапазоне энергий. Данные всех остальных работ учитывались с половинным суммарным "весом".

Область энергий нейтронов 30 кэВ. В результате использования данных трех абсолютных измерений [15,16,19], а также двух работ [11,12] было получено среднее значение  $\langle \alpha \rangle_{30} = 0,815$  для энергий нейтронов 20-40 кэВ. Усреднение проводилось с "весами", обратно пропорциональными квадрату цитируемой ошибки за исключением работы [15], "вес" которой был уменьшен. К полученному значению  $\langle \alpha \rangle_{30}$  были перенормированы данные относительных измерений на ИЭГ [20,21] с учетом особенностей каждого эксперимента. В данной работе авторы посчитали неоправданным производить перенормировку результатов абсолютных измерений, как это было сделано, например, в работе [2].

Область энергий нейтронов 10 - 100 кэВ. Для оценки в этом диапазоне энергий были использованы данные абсолютных измерений [15,16,19], перенормированные данные относительных измерений [20,21], а также данные Ок-риджской национальной лаборатории [11,12], причем "вес" последних данных при энергиях нейтронов выше 50 кэВ был уменьшен из-за возможной большой погрешности измерения уровня фона. При оценке были учтены результаты экспериментов на фильтрованных пучках [25].

Область энергий нейтронов 100 - 1000 кэВ. В основу оценки положены результаты, полученные на ИЭГ абсолютным и относительным методами, а также результаты экспериментов на фильтрованных пучках.

Результаты оценки при 0,1 - 1000 кэВ приведены в табл. I, а на рис. I показана вся совокупность экспериментальных данных в области энергий выше 10 кэВ, использованных

Для оценки. Сравнение полученной оценки величины  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$  с результатами других известных оценок [1,2,26,27], приводится на рис.2. Следует отметить удовлетворительное согласие всех этих оценок в целом, что также видно из сравнения усредненных значений  $\langle \alpha \rangle$  по спектру активной зоны стандартного реактора Бейкера (табл.2) [28]. Вместе с тем, в области  $E_n > 50$  кэВ имеется существенное различие результатов настоящей оценки с оценкой ENDF/B-IV [26], Японской оценкой [27] и оценкой Соверби-Коньшина [1].

Таблица I

Оцененные значения  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$  в области энергий нейтронов 0,1-1000 кэВ

$E_n$ , кэВ	$\alpha$	$E_n$ , кэВ	$\alpha$
0,1 - 0,2	0,863	20 - 25	0,369
0,2 - 0,3	0,936	25 - 30	0,317
0,3 - 0,4	1,161	30 - 35	0,300
0,4 - 0,5	0,501	35 - 40	0,274
0,5 - 0,6	0,736	40 - 45	0,258
0,6 - 0,7	1,497	45 - 50	0,241
0,7 - 0,8	0,973	50 - 60	0,209
0,8 - 0,9	0,818	60 - 70	0,183
0,9 - 1,0	0,724	70 - 80	0,168
1 - 2	0,880	80 - 90	0,162
2 - 3	1,020	90 - 100	0,155
3 - 4	0,779	100 - 200	0,134
4 - 5	0,850	200 - 300	0,108
5 - 6	0,825	300 - 400	0,093
6 - 7	0,787	400 - 500	0,082
7 - 8	0,624	500 - 600	0,071
8 - 9	0,547	600 - 700	0,060
9 - 10	0,563	700 - 800	0,050
10 - 15	0,547	800 - 900	0,040
15 - 20	0,412	900 - 1000	0,030

Таблица 2

Сравнение оцененных значений  $\langle \alpha \rangle$   $^{239}\text{Pu}$ , усредненных по спектру нейтронов стандартного реактора Бейкера (без учета резонансной блокировки)

Литература	$\langle \alpha \rangle$	$\langle \alpha \rangle / \alpha_{\text{наст. раб}}$
БНАБ-7С [28]	0,300	1,007
Соверби-Коньшин [1]	0,307	1,030
Коньшин [2]	0,303	1,017
ENDF/B-IV [26]	0,304	1,020
ENDF/B-III [12]	0,299	1,003
Настоящая работа	$0,298 \pm \begin{cases} 0,020 \\ 0,009^x \end{cases}$	1

<sup>x</sup> Погрешность  $\langle \alpha \rangle$ , полученная, если предполагать, что корреляционная матрица погрешностей является диагональной.

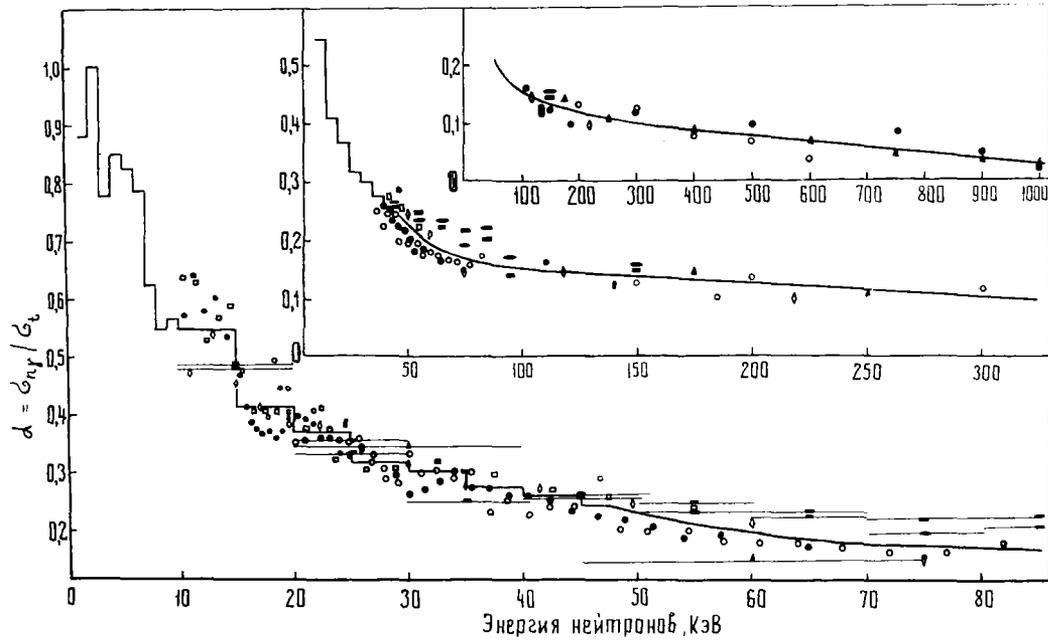


Рис.1. Энергетическая зависимость величины  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$ , оцененная в следующих работах:  
 ■ - [11]; — - [12]; ▲ - [15]; ○ - [16]; ● - [19]; ⊠ - [20]; ◇ - [21];  
 ● - [25]; — - настоящая оценка

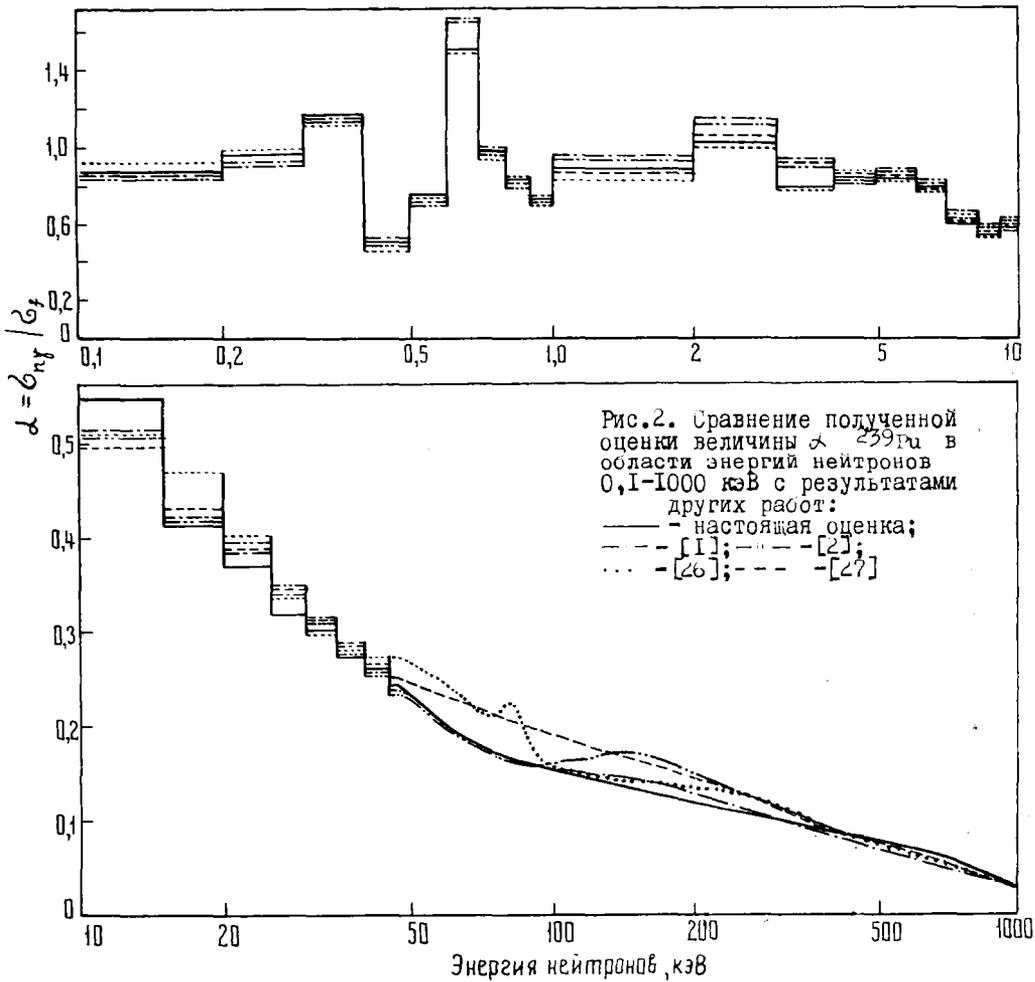
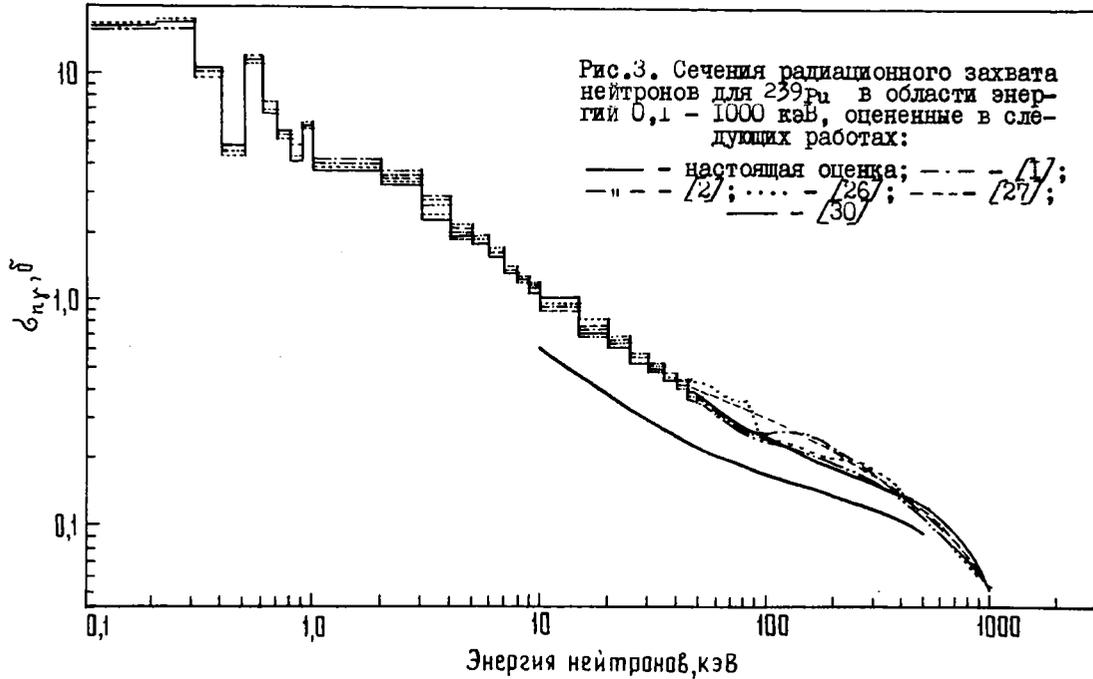


Рис.2. Сравнение полученной оценки величины  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$  в области энергий нейтронов 0,1-1000 кэВ с результатами других работ:  
 — - настоящая оценка;  
 - - [11]; ··· - [26]; - · - [21]; - - - [27]

На рис.3 приведены сечения захвата  $^{239}\text{Pu}$ , полученные в цитируемых оценках. Данные настоящей работы получены комбинацией оцененных значений  $\alpha$  и  $\sigma_f$  по оценкам работы [29]. Как и следовало ожидать, наблюдающееся различие в оценках  $\alpha$  полностью отразилось на сечении радиационного захвата. Широкий максимум  $p$ -волны в  $\sigma_{nr}$  ( $E$ ) при  $E_n = 100 \div 400$  кэВ не являются характерными для поведения сечения захвата нечетных тяжелых ядер. Теоретическая кривая, полученная в работе [30], также приведенная на рис.3, в основном подтверждает тенденции плавной энергетической зависимости сечения захвата, полученной в настоящей оценке.



В табл.3 приведены оцененные значения  $\alpha$  по данным 26-групповой системы констант [31], а также сечение  $\sigma_{nr}$ , полученное с помощью данных по сечению деления [29].

Таблица 3

Групповые значения  $\alpha$  и сечения радиационного захвата для  $^{239}\text{Pu}$

$i$	$E_n, \text{кэВ}$	$\alpha$	Корреляционная матрица погрешностей	$\sigma_{nr}$
5	800-1400	$0,029 \pm 0,008$	1	$0,05 \pm 0,01$
6	400-800	$0,068 \pm 0,012$	0,93 1	$0,11 \pm 0,02$
7	200-400	$0,102 \pm 0,013$	0,90 0,89 1	$0,15 \pm 0,02$
8	100-200	$0,134 \pm 0,015$	0,87 0,87 0,87 1	$0,20 \pm 0,02$
9	46,5-100	$0,184 \pm 0,021$	0,70 0,70 0,71 0,71 1	$0,30 \pm 0,04$
10	21,5-46,5	$0,304 \pm 0,028$	0,36 0,38 0,42 0,42 0,48 1	$0,49 \pm 0,05$
11	10-21,5	$0,483 \pm 0,045$	0,27 0,29 0,31 0,29 0,33 0,36 1	$0,84 \pm 0,08$
12	4,65-10,0	$0,714 \pm 0,064$	0,28 0,30 0,32 0,30 0,32 0,36 0,45 1	$1,47 \pm 0,14$
13	2,15-4,65	$0,904 \pm 0,075$	0 0 0 0 0,14 0,31 0,49 0,46 1	$2,83 \pm 0,24$
14	1,0-2,15	$0,889 \pm 0,073$	0 0 0 0 0,14 0,31 0,49 0,46 0,87 1	$3,71 \pm 0,33$
15	0,465-1,0	$0,827 \pm 0,068$	0 0 0 0 0,14 0,31 0,49 0,46 0,87 0,87 1	$6,89 \pm 0,61$
16	0,215-0,465	$0,930 \pm 0,077$	0 0 0 0 0,14 0,31 0,49 0,46 0,87 0,87 1	$12,0 \pm 1,06$
17	0,100-0,215	$0,868 \pm 0,072$	0 0 0 0 0,14 0,31 0,49 0,46 0,87 0,87 0,87 1	$16,4 \pm 1,45$

На основании рассмотрения условий экспериментов были проанализированы и оценены различные некоррелирующие между собой компоненты погрешностей оцененных значений  $\alpha$ . В области энергий нейтронов выше  $\sim 10$  кэВ в качестве основы использовалась структура погрешностей экспериментов по абсолютному измерению  $\alpha$  на ИЭГ, которая детально проанализирована в работе [19]. При более низких энергиях за основу были приняты сведения о структуре погрешностей [12]. В результате была получена корреляционная матрица погрешностей оцененных данных по  $\alpha$ , которая вместе с полной оцененной погрешностью приведена в табл.3. С использованием этой матрицы была определена погрешность среднего по спектру стандартного реактора значения  $\langle \alpha \rangle$ , которая приведена в табл.2.

Для получения ковариационной матрицы сечения радиационного захвата дополнительно требуется знание ковариационной матрицы оцененных значений сечения деления. Однако, поскольку погрешность в значении  $\alpha$  вносит основной вклад в погрешность сечения захвата, то приведенная в табл.3 корреляционная матрица, видимо, в достаточной степени будет отражать основные особенности корреляционной матрицы сечения захвата.

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. S o w e r b y M.G., K o n s h i n V.A. - "Atomic Energy Rev.", 1972, v.10, N 4, p.453.
2. К о н ь ш и н В.А. и др. - В кн.: "Ядерные константы", Вып. 16, М., Атомиздат, 1974, с. 329.
3. S c h o m b e r g M.G. e.a. In: Nuclear Data for Reactors. IAEA, Vienna. 1970, v. 1, p. 315.
4. F a r g e l l J.A. e.a. In: [3], p. 543.
5. S z i g r J.V., L i n d s e y J.V. In: [3], p. 331.
6. Б е л я е в Ф.Н. и др. См. [3], с. 339.
7. Р я б о в Ю.В. и др. См. [3], с. 345; "Атомная энергия", 1971, т. 30, с. 258.
8. К у р о в М.А. и др. См. [3], с. 345; "Атомная энергия", 1971, т. 30, с. 362.
9. М у р а д я н Г.В. и др. - В кн.: Нейтронная физика (Материалы Всесоюзного совещания).Т.1, Киев, "Наукова думка", 1972, с. 309.
10. G w i n R. e.a. - "Nucl. Sci. and Engng", 1971, v.45, p.25.
11. G w i n R. e.a. Proc. Conf. Neutron Cross Sections and Technology. Washington. 1975, v. 2, p. 627.
12. G w i n R. e.a. - "Nucl. Sci. and Engng", 1976, N 59, p.79.
13. Б е р г м а н А.А. и др. - "Атомная энергия", 1975, № 39, с. 291.
14. Б о л о т с к и й В.П. и др. - "Атомная энергия", 1977, т.42, с.218.
15. H o r k i n s J.C., D i v e n B.C. - "Nucl. Sci. and Engng", 1962, v.12, p.169.
16. D e S a u s s u r e G. e.a. - "Nucl. Data for Reactors". IAEA, Vienna, 1967, v.2, p.233.
17. К о н о н о в В.Н. и др. - "Атомная энергия", 1972, т.32, с.85; Препринт ФЭИ-274, Обнинск, 1971; Препринт ФЭИ-290, Обнинск, 1972.
18. К о н о н о в В.Н. и др. - "Атомная энергия", 1975, т. 38, с. 82.
19. П о л е т а е в Е.Д. Автореферат диссертации, НИИАР, Дмитровград, 1976.
20. V a n d l R.E. e.a. - "Nucl. Sci. and Engng", 1972, v.48, p.324.
21. В о р о т н и к о в П.Е. и др. - В кн.: Нейтронная физика (Материалы II Всесоюзной конференции, Киев, 1973). Ч.4. Обнинск. 1974, с. 42. (ФЭИ).
22. С п и в а к П.Е. и др. - "Атомная энергия", 1956, т. 3, с. 21.
23. А н д р е е в В.Н. - "Атомная энергия", 1958, т. 4, с. 185.

24. Ваньков А.А., Ставицкий Ю.Я. - "Атомная энергия", 1965, т.19, с.41.
25. Двухшерстнов В.Г. и др. - "Атомная энергия", 1974, т. 37, с. 113.
26. Garber D.I., Kinsley R.R. BNL-325. Third Edition, 1976, v. 2.
27. Kawai M. INDC(JAP)-30 "L", 1976.
28. Абагян Л.П. и др. Препринт ФЭИ-525. Обнинск, 1974.
29. Sowerby M.G., et al. - "Ann. Nucl. Sci. and Engng", 1974, v. 1, N 7/8.
30. Lupin J.E. AERE - R7468, 1974.
31. Абагян Л.П. и др. Групповые константы для расчета ядерных реакторов. Атомиздат, М., 1964.

УДК 539.17.013

СРЕДНИЕ РЕЗОНАНСНЫЕ ПАРАМЕТРЫ  $^{241}\text{Pu}$  В ОБЛАСТИ НЕРАЗРЕШЕННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Г.В. Андипов, В.А. Коньшин, Г.Б. Морозовский,  
Е.Ш. Суховицкий

THE AVERAGE RESONANCE PARAMETERS OF  $^{241}\text{Pu}$  IN THE UNRESOLVED RESONANCE ENERGY REGION. The average resonance parameters of  $^{241}\text{Pu}$  in the unresolved resonance energy region are obtained on the basis of the average parameters from the data analysis in the resolved resonance energy region and the average neutron cross-sections in the unresolved resonance energy region.

Для расчета всех типов нейтронных эффективных сечений в области неразрешенных резонансов необходимо знать средние резонансные параметры. Область неразрешенных резонансов для  $^{241}\text{Pu}$  охватывает энергии 0,15-100 кэВ. В этой области достаточно учитывать влияние только  $s$ - и  $p$ -волн как на полное, так и на парциальные сечения, а наличие уровней возбуждения приводит к необходимости учета реакции неупругого рассеяния нейтронов.

К средним резонансным параметрам относятся следующие:

$\langle D \rangle_z$  - среднее расстояние между  $z$ -состояниями, характеризуемыми определенными значениями полного момента  $J$  и четности  $\Pi$  ;

$\langle \Gamma_f \rangle_z$  - средняя радиационная ширина;

$\langle \Gamma_n \rangle_z$ ,  $\langle \Gamma_f \rangle_z$ ,  $\langle \Gamma_n \rangle_z$ ,  $\langle \Gamma \rangle_z$  - средние нейтронная, делительная, неупругая и полная ширины для  $z$ -состояний, соответственно;

$\nu_{nz}$ ,  $\nu_{fz}$ ,  $\nu_{n'z}$  - числа степеней свободы  $\chi^2$ -распределений нейтронных, делительных и неупругих ширин.

Для получения средних параметров, аналогично работе [1], использовались данные как по средним параметрам, полученные из проведенного анализа данных в области разрешенных резонансов, так и результаты анализа средних нейтронных сечений в области неразрешенных резонансов, которые могут быть представлены следующими выражениями:

$$\langle \sigma_{f(r)} \rangle = \frac{2\pi}{k^2} \sum_z \frac{g_z}{\langle D \rangle_z} \left\langle \frac{\Gamma_{nz} \Gamma_f(r) z}{\Gamma_z} \right\rangle \quad (1)$$

$$\langle \sigma_n \rangle = \sum_{\ell=0}^1 \left[ \frac{4\pi}{k^2} (2\ell+1) \cdot \sin^2 \varphi_\ell (1 - \pi S_\ell E^{1/2} P_\ell) \right] + \frac{2\pi^2}{k^2} \sum_z \frac{g_z}{\langle D \rangle_z} \left\langle \frac{\Gamma_{nz}^2}{\Gamma_z} \right\rangle; \quad (2)$$

$$\langle \sigma_t \rangle = \sum_{\ell=0}^1 \left[ \frac{4\pi}{k^2} (2\ell+1) \cdot \sin^2 \varphi_\ell + \frac{2\pi^2}{k^2} (2\ell+1) E^{1/2} S_\ell P_\ell \cos^2 \varphi_\ell \right], \quad (3)$$

где  $k$  - волновое число нейтрона;  
 $\varphi$  - фазовый сдвиг для волны с данным  $\ell$  [ $\varphi_0 = kR$ ,  $\varphi_1 = kR - \alpha z \text{ctg}(kR)$ ];  
 $R$  - радиус рассеяния;  
 $S_\ell$  - силовая функция;  
 $g_z$  - статистический фактор состояния  $z$  ;  
 $P_\ell$  - проникаемость прямоугольного барьера  $\left[ P_0 = 1, P_1 = \frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2} \right]$   
 $a$  - радиус канала рассеяния, равный сумме радиусов ядра и нейтрона.

В настоящей работе принято  $R = 0,9772 \cdot 10^{-12}$  см, что соответствует сечению потенциального рассеяния в области низких энергий, равному 12,0 б [2] и  $a = 0,84544 \cdot 10^{-12}$  см.

Усреднение в выражениях (1) и (2) производится по распределениям парциальных ширин, в качестве которых приняты  $\chi^2$  - распределения с различным числом степеней свободы.

#### Среднее расстояние $\langle D \rangle_z$ между резонансами

Малое количество информации по спинам резонансов  $^{241}\text{Pu}$  в области низких энергий не позволяет провести оценку  $\langle D \rangle_z$  для  $z$ -волны непосредственным усреднением. Может быть получено лишь  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$  - среднее наблюдаемое расстояние для двух систем резонансов  $\{J, \Pi\} = \{2+, 3+\}$ . Для получения спиновой зависимости необходимо учитывать теоретические положения о плотности уровней ядра.

В имеющихся данных по  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$  имеются существенные расхождения. Х.Х.Хеннис в работе [3], используя данные работы [4] для 43 резонансов в области до 50,4 эВ, получил значение  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 1,17$  эВ. У.Колар и Г.Каррара из анализа данных  $\sigma_t$  в области энергий 12,8 - 50,2 эВ получили  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 1,00 \pm 0,10$  эВ [5]. В этой области они наблюдали 39 резонансов, однако 6 из них были примесными ( $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ), поэтому  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 1,21$  эВ, что хорошо согласуется со значением, приведенным в работе [3]. Дж.Блонс и др. в работе [6] провели анализ резонансов в области до 160 эВ, используя данные по  $\sigma_t$  и  $\sigma_f$ . Авторы получили три значения  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$  для следующих интервалов усреднения: 1,27 - 0+52; 1,23 - 58+110; 1,48 - 110+160 эВ. Резкое изменение наклона кривой нарастающей суммы уровней вблизи значений  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 55$  эВ отмечено также в работе [5]. Авторы работы [6] отмечают, что в области даже ниже 110 эВ имеется пропуск уровней вследствие их перекрытия. Очень низкие значения  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 0,97$  эВ и  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 1,07$  эВ приняты в последних оценках в работах [7] и [8] соответственно, и еще меньшее значение  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 0,83$  эВ - в оценках библиотеки ENDF/B-III.

Расхождения в значениях  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$  потребовали дополнительного анализа. При его проведении были одновременно использованы наиболее надежные данные по  $\sigma_t$  работы [5] и по  $\sigma_f$  работ [6,9] в области энергий до 150 эВ. Всего в этой области было идентифицировано 110 уровней. Нарастающая сумма уровней (рис.1) характеризуется, как и в работе [6], изменением наклона кривой при 55 и 110 эВ, что не может быть объяснено пропуском резонансов при эксперименте. Анализ, проведенный по методике, изложенной в работе [10], показал, что в области до 150 эВ могло быть пропущено не более двух резонансов, что свидетельствует о высокой разрешающей способности аппаратуры. Кроме того, с увеличением энергии кривая наклона нарастающей суммы уровней не имеет традиционного загиба, т.е. изменение наклона кривой нарастающей суммы уровней обусловлено, видимо,

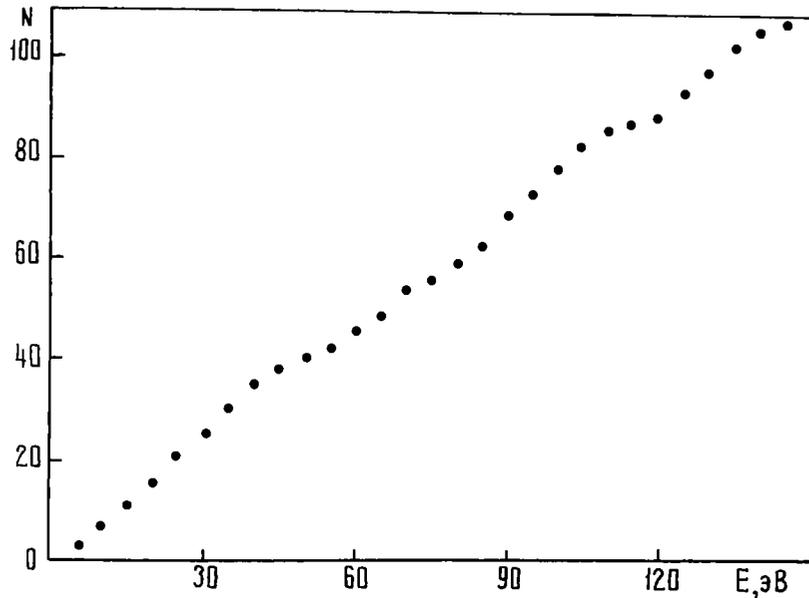


Рис.1. Нарастающая сумма уровней  $^{242}\text{Pu}$  как функция энергии

не пропуском их, а отражает реальное состояние. В области до 150 эВ  $\langle D \rangle_{\text{набл}} = 1,34 \pm 0,10$  эВ. Это значение было принято в дальнейших расчетах.

Для получения спиновой зависимости  $\langle D \rangle_z$  была использована модель невзаимодействующих частиц, предполагающая независимость от четности [11]. В деформированных ядрах, например  $^{242}\text{Pu}$ , зависимость  $\langle D \rangle_z$  от четности можно, по-видимому, пренебречь [12]. Основной параметр модели  $\alpha$  был определен по  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$  и оказался равным  $26,90 \pm 0,90$  МэВ $^{-1}$ . При расчете энергии возбуждения использовались данные работы [13] по энергии отрыва нейтрона ( $S_n = 6,301 \pm 0,024$  МэВ) и энергии спаривания ( $\Delta = 1,013 \pm 0,122$  МэВ), при получении которой учитывались поправки на различия в поверхностной и кулоновской энергиях и в энергии симметрии соседних ядер, предложенные в работе [14].

Поскольку спины  $p$ -состояний не сильно отличаются от спинов  $\delta$ -состояний, а основной параметр плотности уровней определяется по  $\langle D \rangle_{\text{набл}}$ , то можно предположить, что модель невзаимодействующих частиц достаточно надежно воспроизводит спиновую зависимость  $\langle D \rangle_z$  для  $\delta$ - и  $p$ -состояний.

При расчете средних сечений в области неразрешенных резонансов обычно предполагают, что  $\langle D \rangle_z$  не зависит от энергии налетающего нейтрона  $E$ . Однако, несмотря на условие  $E \ll S_n - \Delta$ , этот эффект, согласно модели невзаимодействующих частиц, заметен и достигает 17% при 100 кэВ. Расчеты показали, что пренебрежение энергетической зависимостью  $\langle D \rangle_z$  приводит к уменьшению  $\langle \sigma_f \rangle$  на  $\sim 15\%$ , а также к уменьшению  $\langle \sigma_f \rangle / \langle \sigma_f \rangle$  на  $\sim 16\%$ . Для остальных сечений этот эффект мал (в отличие от других парциальных ширин радиационная ширина не является функцией  $\langle D \rangle_z$ ).

#### Средние нейтронные $\langle \Gamma_n \rangle_z$ и неупругие $\langle \Gamma_{n'} \rangle_z$ ширины

Средние нейтронные ширины определялись через силовые функции  $S_\rho$

$$\langle \Gamma_n \rangle_z = S_\rho \langle D \rangle_z E^{1/2} F_\rho v_z, \quad (4)$$

где  $v_z$  - число способов реализации данного состояния  $z$ .

Средние неупругие ширины определялись аналогично:

$$\langle \Gamma_{n'} \rangle_z = \langle D \rangle_z S_{\rho'} \varepsilon^{1/2} F_{\rho'} v_{z'}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon = E - E_q$  - энергия нейтрона в выходном канале  $z'$ , характеризуемом орбитальным моментом  $l'$  и энергией возбуждения  $E_q$  [1].

В настоящей работе рассматривается только первый возбужденный уровень (40 кэВ,  $7/2^+$ ), так как влияние второго уровня (92 кэВ,  $9/2^+$ ) в рассматриваемой области энергий мало. Как и в случае входных каналов, ограничимся в выражении (5) учетом только  $s$ - и  $p$ -волн.

Следует отметить, что при рассмотрении средних сечений в области неразрешенных резонансов обычно пренебрегают наличием реакции неупругого рассеяния, хотя эффект ее заметен и составляет согласно расчетам настоящей работы для  $\langle \sigma_f \rangle \sim 4\%$  при 100 кэВ, для  $\langle \sigma_n \rangle \sim 10\%$  и для  $\alpha \sim 6\%$ .

Для получения  $\langle \Gamma_n \rangle_z$  и  $\langle \Gamma_{n'} \rangle_z$  необходимо знать силовые функции  $S_0$  и  $S_1$  для  $s$ - и  $p$ -волн соответственно. Расхождения в значениях силовых функций для  $s$ -волны у различных авторов не позволяют достаточно надежно оценить  $S_0$ . Данные по  $S_1$  практически отсутствуют. Поэтому  $S_0$  в настоящей работе получена путем анализа данных по сечениям  $\sigma_t$  в области энергий до 150 эВ [5]. При этом оказалось, что  $S_0 = (1,16 \pm 0,19) 10^{-4}$ . В качестве силовой функции для  $p$ -волны было принято значение  $S_0 = (2,0 \pm 0,5) 10^{-4}$ , что является приближенно средним значением для тяжелых актиноидных ядер. Расчет сечения  $\langle \sigma_t \rangle$  по принятому значению  $S_0$  не противоречит экспериментальным данным по  $\langle \sigma_t \rangle$  (рис.2). Отсутствие экспериментальных значений по  $\langle \sigma_t \rangle$  при энергиях  $> 2$  кэВ не позволяет уточнить  $S_1$ . Использование для этой цели данных по  $\langle \sigma_f \rangle$  аналогично работе [8] недостаточно обосновано, так как сечение  $\langle \sigma_f \rangle$  является также функцией средних делительных ширин, для получения которых нет другой информации.

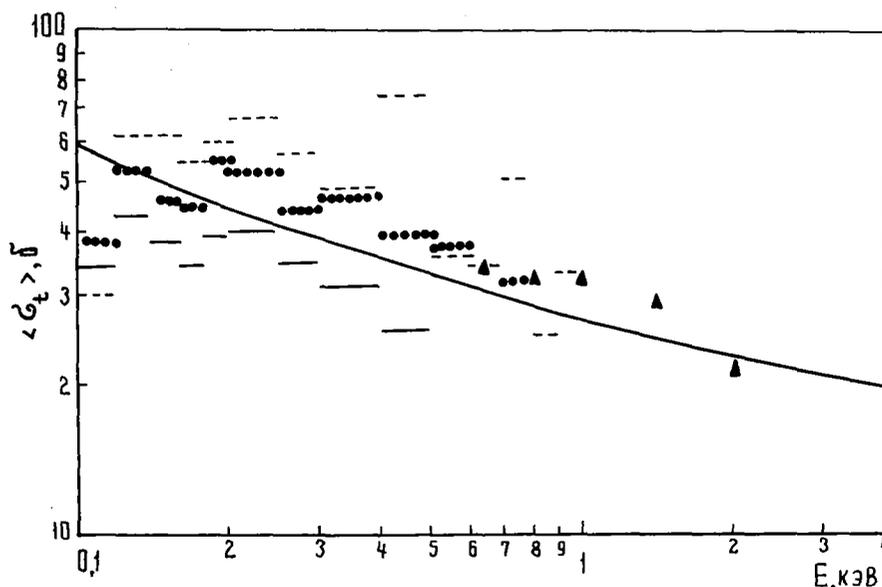


Рис.2. Сравнение рассчитанных и экспериментальных данных по сечению  $\langle \sigma_t \rangle$   $^{241}\text{Pu}$ :

— - расчетные данные;  $\blacktriangle$  - данные работ [15,16];  
 --- - данные работы [17],  $\bullet\bullet\bullet\bullet$  - данные работы [18]

### Средняя радиационная ширина $\langle \Gamma_n \rangle_z$

Средняя радиационная ширина  $\langle \Gamma_n \rangle_z$  принята постоянной для всех каналов и независимой от четности составного ядра. Это связано со сделанным ранее предположением о независимости  $\langle D \rangle_z$  от четности.

Средняя радиационная ширина  $\langle \Gamma_n \rangle_z$  должна быть получена по данным в области разрешенных резонансов. Однако для  $^{241}\text{Pu}$  показатели по сечению захвата  $\sigma_n$  отсутствуют,

что резко уменьшает точность определения радиационных ширин. Поэтому в настоящей работе радиационные ширины были рассчитаны по данным сечений  $\sigma_t$  и  $\sigma_f$ . Среднее значение  $\langle \Gamma_f \rangle$  для 47 резонансов из 110 оказалось равным  $0,043 \pm 0,005$  эВ, показатели по  $\Gamma_f$  для остальных резонансов были ненадежными.

### Средние делительные ширины $\langle \Gamma_f \rangle_z$

Средние делительные ширины  $\langle \Gamma_f \rangle_z$  для  $\delta$ -состояний можно получить из данных в области разрешенных резонансов. Однако этих данных недостаточно по ряду причин. В области разрешенных резонансов нет показателей для  $p$ -состояний; для  $\delta$ -состояний имеют место трудности в идентификации уровней; для ряда состояний возможна существенная энергетическая зависимость  $\langle \Gamma_f \rangle_z(E)$ . Есть и еще одно обстоятельство, ограничивающее возможность использования  $\langle \Gamma_f \rangle_z$  для  $\delta$ -состояний, полученных в области разрешенных резонансов. Эта область мала и может оказаться сравнимой с периодом возможной промежуточной структуры в сечении деления, т.е. полученные в разрешенной резонансной области значения  $\langle \Gamma_f \rangle_z$  не обязательно должны давать согласие по  $\langle \sigma_f \rangle$  во всей области неразрешенных резонансов. Расхождение в  $\langle \sigma_f \rangle$  можно устранить, если изменить силовую функцию  $S_0$ . Однако при этом необходимо правильно описывать  $\alpha = \langle \sigma_p \rangle / \langle \sigma_f \rangle$ , а она практически не зависит от  $S_0$  в данной области энергий. Поэтому более предпочтительным для получения  $\langle \Gamma_f \rangle_z$  является феноменологический подход, который позволял бы правильно рассчитывать  $\langle \sigma_f \rangle$  во всей области энергий неразрешенных резонансов.

В настоящее время убедительно показано, что актинидные ядра имеют двугорбую структуру барьера деления [19]. Важно учитывать эту структуру особенно в случае, когда проницаемость обоих пиков значительно меньше 1. Рассмотрение реальной картины для  $^{241}\text{Pu}$  с параметрами работы [20] показывает, что  $\delta$ - и  $p$ -состояния не являются подбарьерными для обоих пиков одновременно, т.е. промежуточная структура в сечении деления  $^{241}\text{Pu}$  должна быть выражена гораздо слабее, чем для ядра  $^{239}\text{Pu}$ , состояние I + которого является глубоко подбарьерным для обоих пиков. Поэтому в настоящей работе для получения  $\langle \Gamma_f \rangle_z$  была использована традиционная модель Бора-Хилла-Уилера [21, 22]:

$$\langle \Gamma_f \rangle_z = \frac{\langle D \rangle I_0^{\ddagger}}{2\pi} \sum_k \frac{1}{1 + \exp \left[ - \frac{2\pi(E - E_{fk})}{\hbar\omega_k} \right]}, \quad (6)$$

где  $E_{fk}$  - высота  $k$ -го барьера деления;  
 $\hbar\omega_k$  - параметр его кривизны.

Значения этих параметров приведены в табл. I и графически показаны на рис. 3, где сравниваются рассчитанное сечение  $\langle \sigma_f \rangle$  с оцененным из эксперимента. Согласие хорошее во всей области энергий.

Таблица I

Параметры  $E_{fk}$ ,  $\hbar\omega_k$  барьеров деления для составного ядра  $^{242}\text{Pu}$

$\ell$	$z$		$E_{fk}$ , МэВ	$\hbar\omega_k$ , МэВ <sup>-1</sup>			
	I	II					
0	2	+	-0,8	0,0	0,5	0,7	
0	3	+	-0,2	0,5			
I	I	-	-0,4	-0,2	0,8	0,6	
I	2	-	-0,2	0,0	0,8		
I	3	-	-0,4	-0,2	0,0	0,8	0,8
I	4	-	-0,2	0,0	0,8		

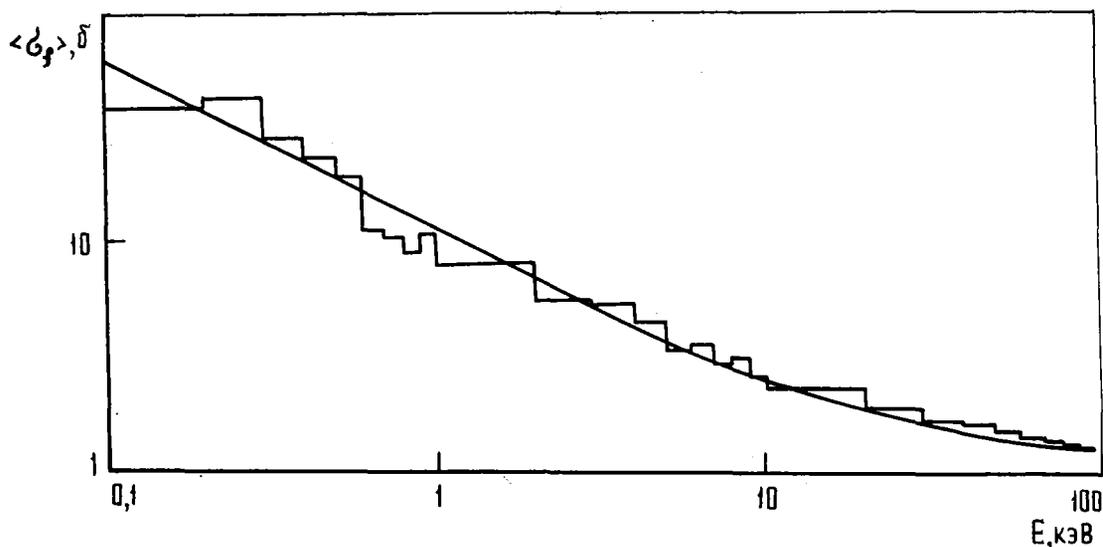


Рис.3. Сравнение рассчитанных данных сечений  $\langle \sigma_f \rangle$  (—) с сечениями, оцененными по эксперименту (—) (—)

Числа степеней свободы  $\chi^2$ -распределений парциальных ширин

В настоящей работе принято  $\nu_r = \infty$ . Справедливость этого подтверждается анализом резонансных параметров в работе [23], где для области 12-100 эВ было получено  $\nu_r = 60 \pm 10$ . Числа степеней свободы  $\nu_{nz}$  распределений нейтронных ширин выбирались как число способов реализации данного состояния  $z$  по входному каналу. Аналогично выбирались и числа  $\nu_{n'z}$ , однако здесь рассматривался выходной канал. Числа степеней свободы  $\nu_{fz}$  выбирались как число открытых барьеров деления. В случае наличия частично открытых барьеров рассматривалось также согласие по  $\sigma_f$ . Значения  $\nu_{nz}$ ,  $\nu_{n'z}$ ,  $\nu_{fz}$  и  $\nu_r$  приведены в табл.2.

Таблица 2

Числа степеней свободы  $\chi^2$ -распределений парциальных ширин

z			$\nu_{nz}$	$\nu_{n'z}$	$\nu_{fz}$	$\nu_r$
l	J	П				
0	2	+	1	-	2	
0	3	+	1	1	1	
1	1	-	1	-	2	$\infty$
1	2	-	2	1	2	
1	3	-	2	2	3	
1	4	-	1	2	2	

Полученные значения средних парциальных ширин приведены в табл.3-6. Сравнение рассчитанных и экспериментальных [24] данных по  $\alpha$  приведено на рис.4, по которому видно, что согласие удовлетворительное во всей области энергий.

Полученные средние резонансные параметры согласуются как с имеющимися данными по средним сечениям и  $\alpha$ , так и со средними резонансными параметрами, полученными в области разрешенных резонансов. Можно ожидать, что использование полученных параметров позволит достаточно надежно учитывать эффекты детальной структуры сечений для ядра  $^{241}\text{Pu}$ .

Таблица 3

Средние расстояния  $\langle D \rangle_{\pm, \text{л}, 242\text{Pu}}$ , эВ  
 между уровнями составного ядра

$E$ , кэВ	$\langle D \rangle_{1-}$	$\langle D \rangle_{2\pm}$	$\langle D \rangle_{3\pm}$	$\langle D \rangle_{4-}$
0,10	4,9044	3,0891	2,3732	2,0341
0,15	4,9040	3,0888	2,3730	2,0339
0,2	4,9035	3,0885	2,3728	2,0337
0,3	4,9026	3,0879	2,3723	2,0334
0,4	4,9017	3,0873	2,3719	2,0330
0,5	4,9007	3,0868	2,3714	2,0326
0,6	4,8998	3,0862	2,3710	2,0322
0,7	4,8989	3,0856	2,3705	2,0318
0,8	4,8980	3,0850	2,3701	2,0314
0,9	4,8971	3,0844	2,3696	2,0310
1	4,8961	3,0839	2,3692	2,0307
1,5	4,8915	3,0810	2,3670	2,0287
2	4,8869	3,0781	2,3647	2,0268
3	4,8778	3,0723	2,3603	2,0230
4	4,8686	3,0665	2,3558	2,0191
5	4,8595	3,0607	2,3513	2,0153
6	4,8503	3,0549	2,3469	2,0115
7	4,8412	3,0492	2,3425	2,0076
8	4,8322	3,0435	2,3380	2,0038
9	4,8231	3,0377	2,3336	2,0000
10	4,8140	3,0320	2,3292	1,9962
15	4,7690	3,0036	2,3073	1,9774
20	4,7245	2,9755	2,2856	1,9587
30	4,6367	2,9200	2,2429	1,9219
40	4,5506	2,8657	2,2010	1,8858
44	4,5166	2,8442	2,1845	1,8716
50	4,4661	2,8124	2,1599	1,8504
60	4,3833	2,7601	2,1196	1,8157
70	4,3020	2,7088	2,0801	1,7817
80	4,2224	2,6585	2,0413	1,7484
90	4,1442	2,6092	2,0033	1,7157
100	4,0676	2,5609	1,9661	1,6836

Таблица 4

Средние нейтронные ширины  $\langle \Gamma_n \rangle_z$ , мэВ

$E$ , кэВ	$\langle \Gamma_n \rangle_{2+}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{3+}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{1-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{2-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{3-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{4-}$
0,10	3,5833	2,7529	0,0034	0,0042	0,0032	0,0014
0,15	4,3883	3,3713	0,0062	0,0078	0,0059	0,0026
0,2	5,0667	3,8925	0,0095	0,0119	0,0092	0,0039
0,3	6,2042	4,7664	0,0174	0,0219	0,0169	0,0072
0,4	7,1626	5,5028	0,0268	0,0338	0,0259	0,0111
0,5	8,0066	6,1511	0,0374	0,0471	0,0362	0,0155
0,6	8,7691	6,7369	0,0492	0,0619	0,0476	0,0204

Е, кВ	$\langle \Gamma_n \rangle_{2+}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{3+}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{1-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{2-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{3-}$	$\langle \Gamma_n \rangle_{4-}$
0,7	9,4699	7,2754	0,0619	0,0780	0,0599	0,0257
0,8	10,1219	7,7762	0,0756	0,0953	0,0732	0,0314
0,9	10,7389	8,2464	0,0902	0,1136	0,0873	0,0374
1,0	11,3123	8,6908	0,1056	0,1330	0,1022	0,0438
1,5	13,8417	10,6339	0,1934	0,2437	0,1872	0,0802
2	15,9680	12,2674	0,2970	0,3742	0,2875	0,1232
3	19,5199	14,9961	0,5428	0,6838	0,5253	0,2251
4	22,4972	17,2823	0,8314	1,0473	0,8046	0,3448
5	25,1053	19,2868	1,1558	1,4559	1,1185	0,4798
6	27,4497	21,0877	1,5114	1,9039	1,4626	0,6267
7	29,5933	22,7343	1,8946	2,3866	1,8335	0,7857
8	31,5770	24,2581	2,3028	2,9007	2,2284	0,9549
9	33,4295	25,6810	2,7335	3,4433	2,6452	1,1335
10	35,1715	27,0190	3,1849	4,0119	3,0820	1,3207
15	42,6725	32,7803	5,7021	7,1825	5,5175	2,3642
20	48,8125	37,4956	8,5577	10,7793	8,2802	3,5479
30	58,6689	45,0638	14,9505	18,8308	14,4640	6,1970
40	66,4837	51,0630	21,9105	27,5960	21,1951	9,0800
44	69,2068	53,1529	24,7907	31,2230	23,9802	10,2728
50	72,9482	56,0242	29,1746	36,7433	28,2188	12,0879
60	78,4252	60,2244	36,5713	46,0569	35,3693	15,1495
70	83,1353	63,8392	43,9826	55,3880	42,5322	18,2159
80	87,2256	66,9756	51,3247	64,6311	49,6266	21,2524
90	90,8006	69,7160	58,5372	73,7102	56,5941	24,2340
100	93,9382	72,1202	65,5756	82,5705	63,3927	27,1428

Таблица 5

Средние делительные ширины  $\langle \Gamma_f \rangle_z$ , эВ

Е, кВ	$\langle \Gamma_f \rangle_{2+}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{3+}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{1-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{2-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{3-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{4-}$
0,10	0,74041	0,33834	1,46416	0,68385	0,89754	0,45038
0,15	0,74041	0,33833	1,46406	0,68388	0,89753	0,45040
0,2	0,74040	0,33831	1,46397	0,68390	0,89751	0,45042
0,3	0,74039	0,33829	1,46379	0,68395	0,89749	0,45045
0,4	0,74039	0,33827	1,46361	0,68400	0,89746	0,45048
0,5	0,74038	0,33824	1,46342	0,68405	0,89744	0,45051
0,6	0,74037	0,33822	1,46324	0,68410	0,89741	0,45054
0,7	0,74036	0,33820	1,46306	0,68415	0,89738	0,45058
0,8	0,74036	0,33817	1,46287	0,68420	0,89736	0,45061
0,9	0,74035	0,33815	1,46269	0,68425	0,89733	0,45064
1,0	0,74034	0,33813	1,46250	0,68430	0,89730	0,45067
1,5	0,74030	0,33801	1,46158	0,68455	0,89717	0,45083
2	0,74026	0,33789	1,46066	0,68479	0,89703	0,45099
3	0,74018	0,33765	1,45817	0,68527	0,89675	0,45130
4	0,74010	0,33740	1,45696	0,68575	0,89647	0,45160
5	0,74001	0,33716	1,45511	0,68621	0,89618	0,45190
6	0,73992	0,33691	1,45324	0,68667	0,89589	0,45220
7	0,73983	0,33665	1,45138	0,68712	0,89559	0,45249

E, кэВ	$\langle \Gamma_f \rangle_{2+}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{3+}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{1-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{2-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{3-}$	$\langle \Gamma_f \rangle_{4-}$
8	0,73974	0,33640	1,44950	0,68756	0,89528	0,45277
9	0,73965	0,33614	1,44762	0,68799	0,89497	0,45305
10	0,73955	0,33588	1,44574	0,68841	0,89465	0,45332
15	0,73902	0,33452	1,43625	0,69040	0,89298	0,45460
20	0,73843	0,33311	1,42665	0,69218	0,89116	0,45574
30	0,73701	0,33009	1,40715	0,69511	0,88708	0,45760
40	0,73525	0,32686	1,38732	0,69719	0,88244	0,45890
44	0,73444	0,32552	1,37931	0,69779	0,88042	0,45927
50	0,73311	0,32345	1,36722	0,69843	0,87723	0,45966
60	0,73056	0,31988	1,34693	0,69885	0,87146	0,45986
70	0,72759	0,31619	1,32651	0,69845	0,86516	0,45955
80	0,72419	0,31240	1,30600	0,69727	0,85834	0,45871
90	0,72035	0,30854	1,28546	0,69553	0,85102	0,45737
100	0,71609	0,30462	1,26494	0,69266	0,84324	0,45556

Таблица 6

Средние неупругие ширины  $\langle \Gamma_{n'} \rangle_{\alpha}$ , мэВ

E, кэВ	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{2+}$	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{3+}$	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{1-}$	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{2-}$	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{3-}$	$\langle \Gamma_{n'} \rangle_{4-}$
40	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
44	-	16,0262	-	0,4857	0,7460	0,6392
50	-	25,0548	-	1,8606	2,8579	2,4485
60	-	34,7717	-	4,9995	7,6786	6,5779
70	-	41,7926	-	8,7343	13,4141	11,4901
80	-	47,3589	-	12,8006	19,6577	16,8366
90	-	51,9632	-	17,0446	26,1734	22,4153
100	-	55,8641	-	21,3662	32,8074	28,0942

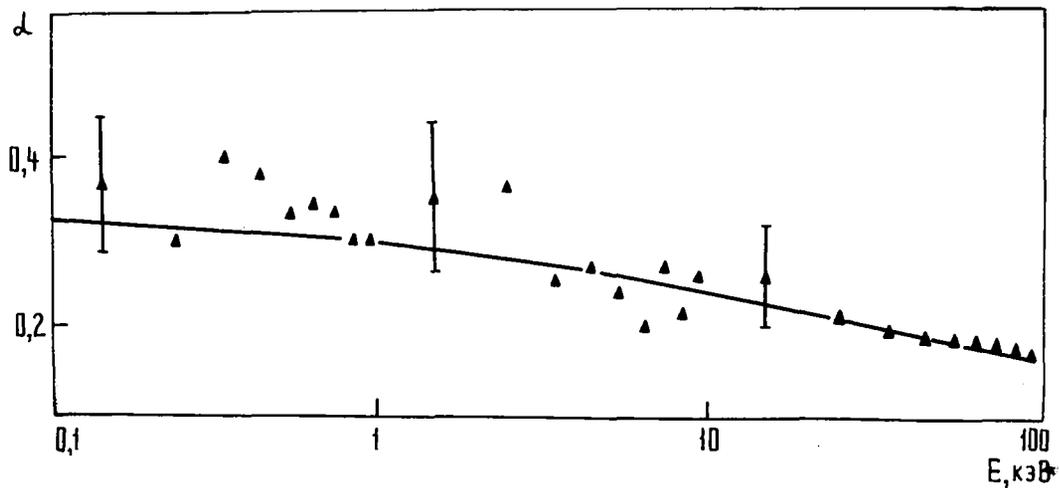


Рис. 4. Сравнение рассчитанных данных по величине  $\alpha = \langle \sigma_{n'} \rangle / \langle \sigma_f \rangle$  с экспериментом [24]

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Анципов Г.В., Коньшин В.А., Суховицкий Е.Ш. - "Изв. АН СССР. Сер. Физ.-энерг." 1976, № I, с. 20.
2. "Atomic Energy Review", 1969, v. 7, N 3. Auth.: G.C.Hanna, C.H.Westcott, H.D.Lemmel, B.R.Leonard, J.S. Story, P.M.Attree.
3. Н е н н и с Н.Н. IAEA Conference on Nuclear Data for Reactors. Paris. 1967, v.2, p.333.
4. BNL-325, 2-nd ed. Suppl.2. 1965. Auth.: J.R.Stehn, M.D.Goldberg, R. Wiener-Chasman, S.F.Mughabghab, B.A.Magurno, B.M.May.
5. К о л л а р W., С а р г а г о G. In: Conference on Neutron Cross Sections and Technology, Knoxville. 1971, v. 2, p. 707.
6. В л о н с J., Д е г р и е н Н., М и с х а у д о н А. Ibid. p. 386.
7. Т а к а н о Н. - "J. Nucl. Sci. Technol.", 1971, v.8, p. 656.
8. К а н е р М., G i f t a h S. IA-1276, 1973.
9. В л о н с J. e.a. - "Nucl. Sci. and Engng", 1973, v.51, N 130.
10. "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1974, вып. 16, с. 329. Авт.: В.А.Коньшин, Г.В.Анципов, Л.А.Баханович, Г.Б.Мороговский, Е.Ш.Суховицкий, А.Р.Бендерский.
11. М а л ы ш е в А.В. Плотность уровней и структура атомных ядер. М., Атомиздат, 1969.
12. Б л о х и н А.И., И г н а т ю к А.В. - В кн.: Нейтронная физика. (Материалы III Всесоюзной конференции). Киев, 9-13 июня 1975 г. Т.3. 1976, с.3.
13. К р а в ц о в В.А. Массы атомов и энергии связи ядер, М., Атомиздат, 1974.
14. Н е ш и р о в с к у Р., А д а м с х у к G. - "Nucl. Phys.", 1962, v. 39, p. 551.
15. С у ш р в о н F.B., F l u h a r t y R.G. - "Bull. Am. Phys. Soc.", 1958, v. 3, p.176.
16. С у ш р в о н O.D., S c h u m a n R.P. - "Nucl. Sci. and Engng", 1961, v.11, p.111.
17. С r a i g D.S., W e s t c o t t O.H. AECL-1948, 1964 and "Can. J. Phys.", 1968, v. 42, p. 2384.
18. P a t t e n d e n N.J. e.a. AERE-PR/NP-7, 1964, p. 6; AERE-PR/NP-6, 1964, p. 10; "Bull. Am. Phys. Soc.", 1964, v. 11, N 3, p. 178.
19. S t r u t i n s k y V.M. - "Nucl. Phys.", 1967, A95, p. 420.
20. L y n n J.E. AERE-R7468, 1974.
21. В о h r N., W h e l l e r J. - "Phys. Rev.", 1939, v. 54, p.426.
22. H i l l R., W h e l l e r J. - "Phys.Rev.", 1953, v. 89, p. 1102.
23. К о л л а р W., T h e o b a l d J.P., W a r t e n a J.A. Conference on Neutron Cross Sections and Technology, Knoxville, 1971, p. 823.
24. W e s t o n L.M., T o l d J.H. ORNL-4800. 1972, p. 4.

## РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ МЕТОДОМ ФОНОННОГО РАЗЛОЖЕНИЯ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ПОЛИКРИСТАЛЛЕ

П.Е. Булавин

THE CALCULATION OF THE SLOW NEUTRON SCATTERING CROSS-SECTION BY MEANS OF PHONON EXPANSION WITH TAKING INTO ACCOUNT COHERENT EFFECTS IN A POLYCRYSTAL. The method for calculation of zero and first angular moments of scattering cross-sections by means of phonon expansion is reported. The coherent effects in a polycrystal in one-phonon approximation are taken into account. The next members of expansion are calculated in noncoherent approximation. The calculated polycrystal beryllium total scattering cross-sections and measured ones are compared.

Введение

При расчете пространственно-энергетического распределения тепловых нейтронов с учетом термализации в  $P_1$ -приближении необходимы нулевой и первый угловые моменты индикатрисы рассеяния обычно рассчитываются по кристаллической модели с использованием некогерентного приближения или по газовой модели.

Однако для некоторых замедлителей некогерентное приближение не является достаточно точным, поскольку в процессе рассеяния участвует вся кристаллическая решетка как целое. Для бериллия упругое рассеяние является целиком когерентным и находится в сложной зависимости от размеров зерен кристаллов. Когерентное неупругое сечение рассеяния также несколько отличается от полученного в некогерентном приближении [1]. В данной статье на основе работ [1-4] излагается синтетический метод расчета сечения рассеяния с помощью фононного разложения с учетом когерентных эффектов в упругом и неупругом однофононном сечениях рассеяния и некогерентного приближения для учета вклада в сечение рассеяния остальных фононов.

I. Метод расчета сечения рассеяния медленных нейтроновI.1. Расчет упругих угловых моментов индикатрисы когерентного рассеяния

Формулы для расчета упругого нулевого и первого угловых моментов индикатрисы когерентного рассеяния, полученные на основе теории, изложенной в работе [2], для поликристаллического замедлителя имеют вид<sup>X</sup>:

нулевой момент (упругое сечение рассеяния):

$$\sigma_{00}(E_1) = \frac{\pi b_0}{2VK_1^2} \sum_{\tau \leq K_1/\pi} F_\tau \cdot M_\tau \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \exp(-2W_0^\tau); \quad (I.1)$$

первый момент

$$\sigma_{10}(E_1) = \frac{\pi b_0}{2VK_1^2} \sum_{\tau \leq K_1/\pi} F_\tau \cdot M_\tau \left( \frac{1}{\tau} - \frac{2\pi^2 \tau}{K_1^2} \right) \exp(-2W_0^\tau), \quad (I.2)$$

где  $E_1$  - энергия нейтрона;

$b_0$  - сечение рассеяния на свободном ядре;

$V$  - объем элементарной ячейки, приходящейся на один атом;

$\tau$  - длина вектора обратной решетки;

$F_\tau$  - структурный фактор;

$M_\tau$  - фактор повторяемости;

<sup>X</sup> Здесь и далее приводятся только окончательные формулы, поскольку их вывод громоздок.

$$W_0^\tau = \frac{6\pi^2 h^2 \tau^2}{M m_n K_B \theta} \left[ \frac{1}{4} + \left( \frac{T}{\theta} \right)^2 Q_1 \left( \frac{\theta}{T} \right) \right]; \quad (I.3)$$

температурный фактор (фактор Дебая-Валлера)

$$Q_1 \left( \frac{\theta}{T} \right) = \int_0^{\theta/T} \frac{\beta d\beta}{\exp(\beta)^{-1}}, \quad (I.4)$$

где  $T$  - температура среды;

$\theta$  - температура Дебая;

$K_1 = \frac{\sqrt{2m_n F_1}}{\hbar}$  - волновой вектор нейтрона;

$M = \frac{m}{m_n}$  - отношение массы атома к массе нейтрона;

$\hbar$  - постоянная Планка;

$K_B$  - постоянная Больцмана.

Для объемно-центрированной гексагональной решетки (типа решетки бериллия)

$$B = \frac{\sqrt{3} a^3 c}{4}, \quad (I.5)$$

$$F_\tau = \frac{1 + \cos \Phi}{2}; \quad \Phi = 2\pi \left( \frac{h+2k}{3} + \frac{\ell}{2} \right) \tau; \quad (I.6)$$

$$\tau = \frac{1}{a} \left[ \frac{4}{3} (h^2 + k^2 + hk) + \ell^2 \frac{a^2}{c^2} \right]^{1/2}, \quad (I.7)$$

где  $a$  - длина ребра;

$c$  - отношение высоты к длине ребра;

$h, k, \ell$  - любые целые положительные и отрицательные числа.

Можно показать, что вычисления могут быть ограничены в положительном полуоктанте возможных значений  $h, k, \ell$ , тогда закон вычисления фактора повторяемости  $M_\tau$  можно сформулировать следующим образом: для точек, находящихся внутри положительного полуоктанта ( $h, k, \ell$ )  $M_\tau = 24$ , на плоских границах  $M_\tau = 12$ , по сторонам основания  $M_\tau = 6$  и по высоте  $M_\tau = 2$ .

## I.2. Расчет неупругих однофононных угловых моментов индикатрисы рассеяния с учетом когерентных эффектов

Формулы для расчета неупругих однофононных нулевого и первого угловых моментов индикатрисы рассеяния для поликристаллического замедлителя имеют вид:

нулевой момент (дифференциальное однофононное сечение рассеяния)

$$\sigma_{0l}(E_1 \rightarrow E_2) = \frac{\sigma_0}{16\pi M m_n h c_V^3 K_1^2} \sum_{\tau} F_\tau M_\tau \frac{1}{\tau} \frac{(E_2 - E_1)}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1} \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (2\pi\tau + \lambda q)^2 e^{-2W\tau} d\lambda; \quad (I.8)$$

первый момент

$$\begin{aligned} \sigma_{1l}(E_1 \rightarrow E_2) = & \frac{\sigma_0}{32\pi M m_n h c_V^3 K_1^2} \sum_{\tau} F_\tau M_\tau \frac{1}{\tau} \cdot \frac{(E_2 - E_1)}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1} \times \\ & \times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1}{K_1 K_2} \left[ K_1^2 + K_2^2 - (2\pi\tau + \lambda q)^2 \right] (2\pi\tau + \lambda q)^2 e^{-2W\tau} d\lambda, \end{aligned} \quad (I.9)$$

где  $E_1, E_2$  - начальная и конечная энергии нейтрона;

$c_V$  - скорость звука;

$$W_{\tau} = \frac{3h^2}{2Mm_n K_B \theta} (2\pi\tau + \lambda q)^2 \left[ \frac{1}{4} + \left( \frac{T}{\theta} \right)^2 Q_1 \left( \frac{\theta}{T} \right) \right], \quad (I.10)$$

$$q = (E_2 - E_1) / hC_V,$$

остальные обозначения те же, что и в формулах (I.1) и (I.2). Интегрирование по  $\lambda$  в формулах (I.8) и (I.9) можно провести аналитически, если предположить

$$\exp(-2W_{\tau}) \approx \exp(-2W_0^{\tau}),$$

то в результате получим

$$\sigma_{01}(E_1 \rightarrow E_2) = \frac{\pi \sigma_0}{4Mm_n C_V^3 h K_1^2} \sum_{\tau} F_{\tau} M_{\tau} \tau \exp(-2W_0^{\tau}) \cdot f_0(\lambda_1, \lambda_2) \frac{(E_2 - E_1)}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1}; \quad (I.11)$$

$$\sigma_{11}(E_1 \rightarrow E_2) = \frac{\pi \sigma_0}{8Mm_n h C_V^3 K_1^2} \sum_{\tau} F_{\tau} M_{\tau} \exp(-2W_0^{\tau}) \cdot \tau \cdot \frac{f_1(\lambda_1, \lambda_2)}{K_1 K_2} \cdot \frac{(E_2 - E_1)}{\exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1}, \quad (I.12)$$

где

$$f_0(\lambda_1, \lambda_2) = (\lambda_2 - \lambda_1) + \frac{q}{2\pi\tau} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) + \frac{q}{12\pi^2\tau^2} (\lambda_2^3 - \lambda_1^3), \quad (I.13)$$

$$\begin{aligned} f_1(\lambda_1, \lambda_2) = & (K_1^2 + K_2^2 - 4\pi^2\tau^2)(\lambda_2 - \lambda_1) + \\ & + \left( \frac{K_1^2 + K_2^2}{2\pi\tau} - 4\pi\tau \right) q (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) + \left( \frac{K_1^2 + K_2^2}{12\pi^2\tau^2} - 2 \right) q^2 (\lambda_2^3 - \lambda_1^3) - \\ & - \frac{q^3}{2\pi\tau} (\lambda_2^4 - \lambda_1^4) - \frac{q^4}{20\pi^2\tau^2} (\lambda_2^5 - \lambda_1^5). \end{aligned} \quad (I.14)$$

Пределы интегрирования  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  определяются по закону сохранения импульса и энергии нейтрона до и после рассеяния

$$\begin{cases} |K_2 - K_1| \leq 2\pi\tau + \lambda q \leq K_2 + K_1 \\ K_2^2 = K_1^2 + \frac{2m_n C_V q}{h} \end{cases} \quad (I.15)$$

где  $|\lambda| \leq 1$ .

$M_{\tau}$  для  $\tau > 0$  может быть вычислен методом, описанным в разд. I.I. Случай  $\tau = 0$  рассматривается особо.

Формулы для расчета нулевого и первого неупругих однофоновых угловых моментов индикатрисы рассеяния имеют вид:

$$\sigma_{01}(E_1 \rightarrow E_2) = (-1)^n \frac{\pi \sigma_0 (E_2 - E_1) q \exp(-2W_{\tau=0})}{4Mm_n h C_V^3 K_1^2 \left[ \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1 \right]}, \quad (I.17)$$

$$\sigma_{11}(E_1 \rightarrow E_2) = (-1)^n \frac{\pi \tilde{\sigma}_0(E_2 - E_1) q (K_1^2 - K_2^2 - q^2) \exp(-2W_{\tau=0})}{8Mm_n h C_V^3 K_1^3 K_2 \left[ \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right) - 1 \right]}, \quad (I.18)$$

где  $n = 1$  соответствует испусканию фонона ( $E_2 < E_1$ );  $n = 2$  - поглощению ( $E_2 > E_1$ );

$$W_{\tau=0} = \frac{3h^2}{2Mm_n K_B \theta} q^2 \left[ \frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\theta}\right)^2 Q\left(\frac{\theta}{T}\right) \right]. \quad (I.19)$$

Случай с  $\tau = 0$  имеет место при  $E_T \cong E_C$  ( $E_C = 0,235$  эВ для бериллия).

### I.3. Расчет угловых моментов индикатрисы рассеяния в некогерентном приближении

В некогерентном приближении выражение для индикатрисы рассеяния (дважды дифференциальное сечение рассеяния)

$$\frac{d^2 \tilde{\sigma}}{dE_2 d\Omega} = \frac{\tilde{\sigma}_0}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^2 \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} S^{inc}(\vec{\alpha}, \varepsilon), \quad (I.20)$$

где  $\varepsilon = E_1 - E_2$  - изменение энергии нейтрона при рассеянии;  
 $\vec{\alpha} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1$  - изменение волнового вектора нейтрона;  
 $S^{inc}(\vec{\alpha}, \varepsilon)$  - закон некогерентного рассеяния [1].

Остальные обозначения как в формуле (I.1)

Используя выражение  $S^{inc}(\vec{\alpha}, \varepsilon)$  для кристалла можно получить хорошо известное некогерентное многофононное приближение

$$\frac{d^2 \tilde{\sigma}}{dE_2 d\Omega} = \frac{\tilde{\sigma}_0}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)^2 \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} e^{-q\gamma(0)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} q^n f_n(\varepsilon), \quad (I.21)$$

где  $q = \frac{h^2 \alpha^2}{2m} = \frac{1}{M}(E_1 + E_2 - 2\sqrt{E_1 E_2} \cos \theta)$ ;

$$\gamma(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(|\varepsilon|)}{\varepsilon [1 - \exp(-\varepsilon/K_B T)]} e^{i\varepsilon t} d\varepsilon;$$

$$f_n(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^n(t) e^{-i\varepsilon t} dt;$$

$g(|\varepsilon|)$  - частотный спектр;

$\tilde{\sigma}_0$  - сечение рассеяния на свободном и неподвижном ядре.

Для сокращения объема используемой памяти ЭВМ функцию  $f_n(\varepsilon)$  удобно симметризовать:

$$\tilde{f}_n(\varepsilon) = f_n(\varepsilon) \exp(-\varepsilon/2K_B T).$$

Можно показать, что  $\tilde{f}_0(\varepsilon) = \delta(\varepsilon)$ ;

$$\tilde{f}_1(\varepsilon) = \frac{g(|\varepsilon|)}{\gamma(0) 2\varepsilon \text{Sh}(\varepsilon/2K_B T)}, \quad (I.22)$$

$$\tilde{f}_n(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}_{n-1}(\varepsilon') \tilde{f}_1(\varepsilon - \varepsilon') d\varepsilon' . \quad (I.23)$$

При достаточно больших  $n$   $f_n(\varepsilon)$  стремится к своему асимптотическому значению (гауссиану):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}_n(\varepsilon) &= \frac{\alpha^n}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2n\Delta}} ; & \Delta &= \frac{2}{\alpha} \int_0^{\infty} \varepsilon^2 \tilde{f}_1(\varepsilon) d\varepsilon ; \\ & & \alpha &= 2 \int_0^{\infty} f_1(\varepsilon) d\varepsilon . \end{aligned} \right\} \quad (I.24)$$

Формула для расчета нулевого и первого угловых моментов индикатрисы рассеяния в некогерентном приближении, полученная интегрированием по углам выражения (I.21), имеет вид

$$\sigma_{m(E_1 \rightarrow E_2)} = \tilde{\sigma}_0 \left(1 + \frac{1}{M}\right)^2 \frac{\exp\left[\frac{\varepsilon}{2K_B T} - p(1-z)^2\right]}{4p} \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{f}_n(\varepsilon) \Phi_{m,n}(p, z), \quad (I.25)$$

где  $m = 0$  для нулевого момента и  
 $m = 1$  для первого момента,

$$p = \frac{\gamma(0)E_1}{M}, \quad z = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}},$$

$$\gamma(0) = 2 \int_0^{\infty} \operatorname{ch}\left(\frac{\varepsilon}{2K_B T}\right) \tilde{f}(\varepsilon) d\varepsilon,$$

$$\tilde{f}(\varepsilon) = \frac{g(|\varepsilon|)}{2\varepsilon \operatorname{sh}(\varepsilon/2K_B T)} .$$

Для вычисления  $\Phi_{m,n}$  имеют место следующие рекуррентные соотношения:

$$\Phi_{0,0} = 1 - e^{-4pz}; \quad (I.26)$$

$$\Phi_{0,n} = \Phi_{0,n-1} + p^n \left[ (1-z)^{2n} - (1+z)^{2n} e^{-4pz} \right] / n! ; \quad (I.27)$$

$$\Phi_{1,n} = \frac{1}{2pz} \left[ p(1+z^2)\Phi_{0,n} - (n+1)\Phi_{0,n+1} \right]. \quad (I.28)$$

## 2. Расчет сечения рассеяния медленных нейтронов на бериллии. Сравнение с экспериментом

### 2.1. Расчет упругого и неупругого однофононных сечений рассеяния

Упругое когерентное сечение рассеяния на бериллии рассчитано по формуле (I.1). Для бериллия были использованы следующие значения параметров:

$$\begin{array}{lll} \tilde{\sigma}_0 = 6 \text{ б;} & & \\ \sigma_0 = 7,54 \text{ б;} & \alpha = 2,28 \cdot 10^{-18} \text{ см;} & c = 1,57 \text{ а;} \\ M = 9,013; & \theta = 1000 \text{ К;} & C_V = 6,707 \cdot 10^5 \text{ см/с.} \end{array}$$

На рис. 1 показано упругое сечение рассеяния в зависимости от энергии для бериллия при различных температурах; там же для сравнения нанесено упругое сечение рассеяния, полученное в некогерентном приближении.

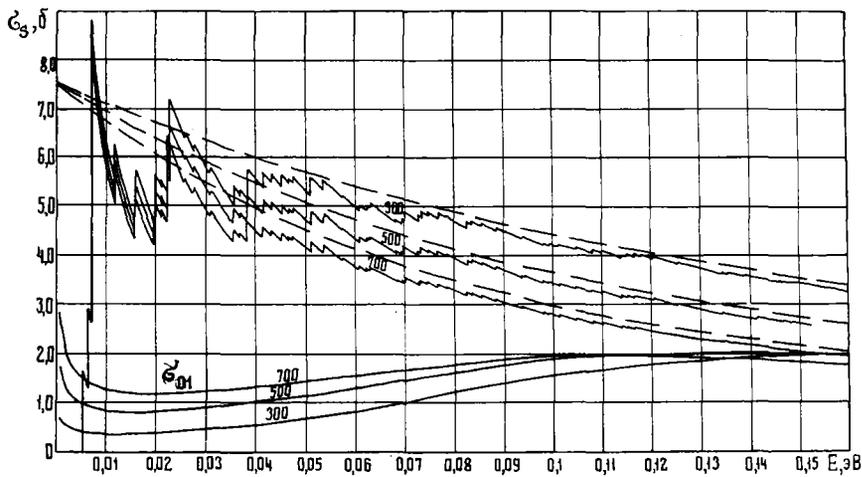


Рис.1. Упругое и неупругое сечение рассеяния на бериллии:

$\sim$  — когерентное сечение; — — — — некогерентное приближение; — — — — неупругое сечение

Как видно из рис.1 для когерентного упругого сечения рассеяния на бериллии характерен скачкообразный ход зависимости от энергии, что объясняется включением в рассеяние нейтронов все новых и новых кристаллических плоскостей, разрешаемых законом сохранения импульса. Причем наиболее сильно скачкообразный характер наблюдается при низких энергиях, когда число разрешаемых плоскостей еще мало, поэтому дополнительное включение в рассеяние новых кристаллических плоскостей приводит к заметным скачкам в упругом сечении рассеяния. Величины скачков зависят от интенсивности рассеяния на этих кристаллических плоскостях. Для бериллия характерны два основных всплеска в сечении рассеяния: при  $E \approx 0,007$  эВ от включения в рассеяние кристаллических плоскостей с индексами  $h, k, l$  (101) и при  $E = 0,022$  эВ от включения в рассеяние плоскостей (201) и (112). На рис.2 приведена зависимость упругого первого момента от энергии для бериллия при различных температурах; там же для сравнения нанесен упругий момент, полученный в некогерентном приближении.

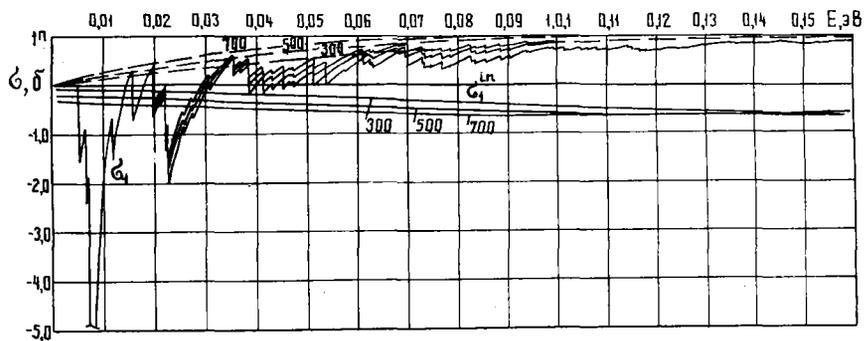


Рис.2. Упругий и неупругий моменты на бериллии:

$\sim$  — когерентный момент;  
 — — — — некогерентное приближение;  
 — — — — неупругий момент

Как видно из рис. 1,2 упругое сечение рассеяния и первый момент, полученные в некогерентном приближении, заметно отличаются от когерентного упругого сечения и первого момента при энергиях нейтрона меньших 0,1 эВ, причем расхождения больше в первом упругом моменте. Эти расхождения уменьшаются с увеличением энергии нейтрона, а также и температуры среды. Можно считать, что для бериллия некогерентное приближение для упругого сечения и первого момента может быть обоснованно использовано при  $E > 0,1$  эВ.

Из расчета неупругого однофононного когерентного сечения рассеяния видно [расчет проводился по формуле (1.8)], что с увеличением начальной энергии нейтрона когерентное приближение стремится к некогерентному. То же самое имеет место при увеличении температуры среды. При низких начальных энергиях нейтрона  $E_1 < 0,1$  эВ когерентное дифференциальное сечение имеет сложный осциллирующий характер около значений дифференциального сечения, полученного в некогерентном приближении (рис. 3). Осциллирующий характер когерентного сечения рассеяния и в этом случае объясняется включением в рассеяние новых кристаллических плоскостей, разрешаемых законами сохранения импульса и энергии. Как и для упругого когерентного рассеяния расхождения в первом моменте однофононного рассеяния больше, чем в дифференциальном сечении рассеяния (рис.4). Однако следует отметить, что некогерентное приближение для однофононного рассеяния лучше, чем некогерентное приближение для упругого рассеяния, поэтому для расчета вклада на неупругое сечение и первый момент от остальных фононов ( $n \geq 2$ ) может быть использовано некогерентное приближение.

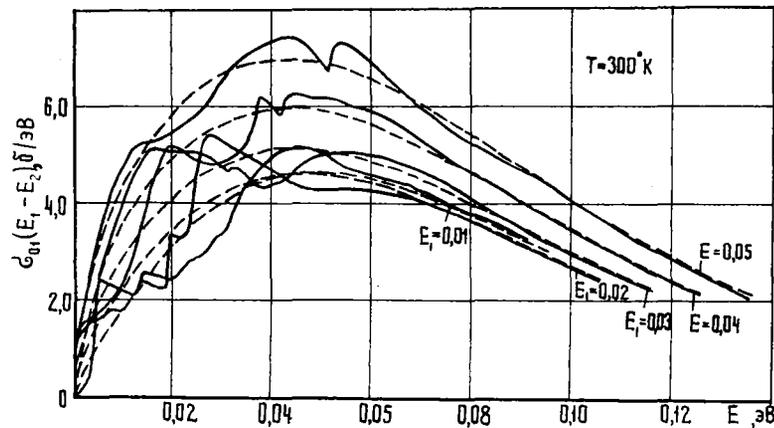


Рис.3. Дифференциальное неупругое однофононное сечение рассеяния на бериллии:

— когерентное сечение; --- некогерентное приближение

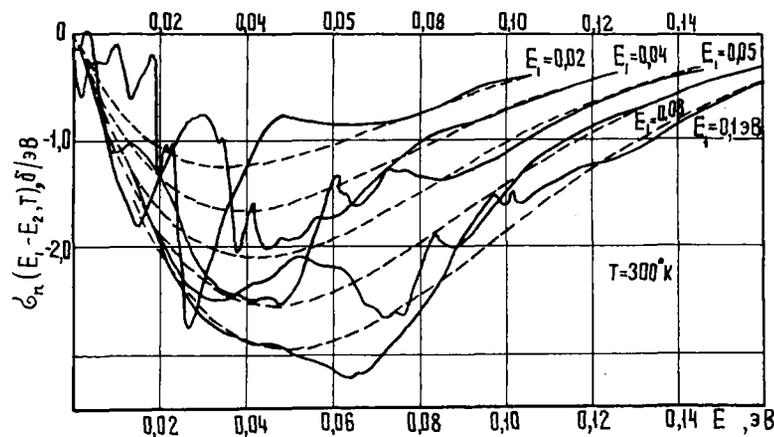


Рис.4. Дифференциальный однофононный неупругий момент на бериллии:

— когерентный момент; --- некогерентное приближение

2.2. Расчет вклада в неупругое сечение рассеяния от остальных фононов ( $n \geq 2$ ) и расчет полного сечения. Сравнение с экспериментом

Вклад в неупругое сечение рассеяния и первый момент от остальных фононов, начиная со второго, рассчитывались в некогерентном приближении по формулам разд. I.3. Частотный спектр взят из работы [5]. Значение  $\tilde{f}_n(\varepsilon)$  для  $n \leq n_1$  вычислялось по формуле (I.23), а для  $n > n_1$   $\tilde{f}_n(\varepsilon)$  заменялось приближенно гауссианами [см. выражение (I.24)]. Число фононов  $n_1$  ограничено возможностями ЭВМ и зависит от других параметров расчета, в частности от числа точек в частотном спектре.

Полное сечение рассеяния на бериллии рассчитывалось по формуле

$$\sigma_s(E) = \sigma_{el}(E) + \sigma_{in}^{n=1}(E) + \sigma_{in}^{n \geq 2}(E), \quad (2.1)$$

где  $\sigma_{el}(E)$  - упругое когерентное сечение рассеяния;  
 $\sigma_{in}^{n=1}(E)$  - неупругое однофононное когерентное сечение рассеяния;  
 $\sigma_{in}^{n \geq 2}(E)$  - неупругое многофононное сечение рассеяния ( $n \geq 2$ ).

На рис. 2.5. показаны результаты расчета сечения рассеяния для поликристаллического бериллия в зависимости от энергии. Здесь же приведено экспериментальное сечение рассеяния, взятое из работ [6, 7]. В целом согласие расчета с экспериментом хорошее. Наблюдающиеся пики в сечении рассеяния из-за когерентных эффектов хорошо согласуются с экспериментом как по расположению, так и по величине. Кроме того было рассчитано транспортное сечение на бериллии по формуле

$$\sigma_{t2}(E) = \sigma_s(E) - \sigma_{tel}(E) - \sigma_{tin}^{n=1}(E) - \sigma_{tin}^{n \geq 2}(E) + \sigma_a(E), \quad (2.2)$$

где  $\sigma_{tel}(E)$  - упругий когерентный первый угловой момент;  
 $\sigma_{tin}^{n=1}(E)$  - интегральный однофононный когерентный первый угловой момент;  
 $\sigma_{tin}^{n \geq 2}(E)$  - неупругий многофононный первый угловой момент.

Транспортное сечение является причиной влияния эффектов утечки тепловых нейтронов на физические параметры реакторов. При сравнении рис. 5 и 6 видно, что транспортное сечение на бериллии изменяется с энергией значительно сильнее, чем сечение рассеяния, что объясняется большей энергетической зависимостью интегрального первого углового момента. Анализ полученных результатов позволяет считать, что используемая методика для поликристаллического бериллия хорошо описывает когерентные эффекты и несомненно дает заметное улучшение по сравнению с некогерентным приближением.

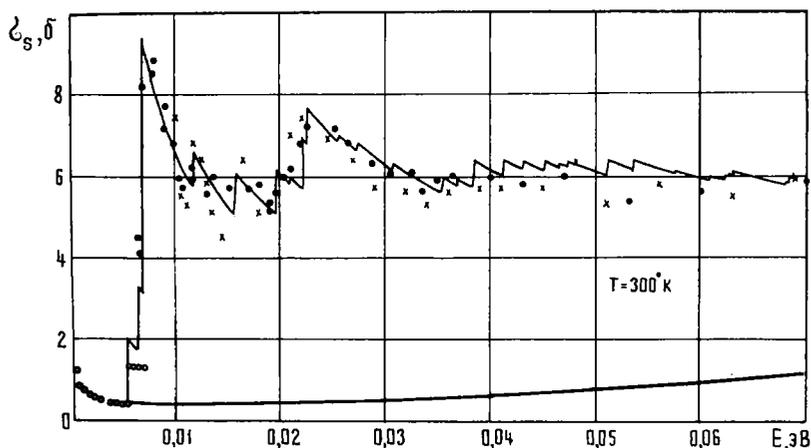


Рис. 5. Сравнение расчета сечения рассеяния на бериллии с экспериментом:

— - расчет; ● x o - эксперимент

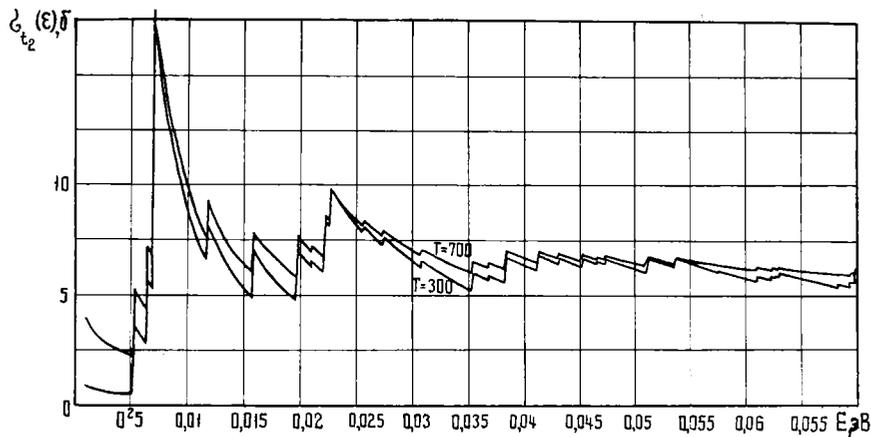


Рис.6. Транспортное сечение на бериллии

### Заключение

1. Приведенная методика расчета нулевого и первого угловых моментов индикатрисы рассеяния с учетом когерентных эффектов для бериллия может быть рекомендована для использования в практических расчетах.

2. Рассчитанное полное сечение рассеяния для поликристаллического бериллия хорошо согласуется с экспериментом, что подтверждает правильность использованных допущений.

3. Влияние когерентных эффектов на характеристики упругого и неупругого рассеяния нейтронов на бериллии оказывается существенным при начальных энергиях нейтрона меньших 0,1 эв. При больших энергиях можно использовать некогерентное приближение.

4. Влияние когерентных эффектов на физические параметры реактора следует рассматривать отдельно для каждого конкретного случая.

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Турчин В.Ф. Медленные нейтроны. М., Атомиздат, 1963.
2. Weinstock R. Inelastic Scattering of Slow Neutrons. - "Phys.Rev.", 1944, v.65, N 1,2, p.1-20.
3. Kothari L.S., Singwi K.S. Interaction of Thermal Neutrons with Solids. - "Solid-State Phys.", 1959, v.8, p.109-190.
4. Bhandari R.C. Scattering of Thermal Neutrons in Beryllium. - "J. Nucl. Energy", 1957, v.6, p.104-112.
5. Young J.A., Koppell J.V. - "Nucl.Sci.Engng", 1964, v.19, p.367.
6. Hughes D., Schwartz R. Neutron Cross-Section. BNL-325, Second Edition, 1958.
7. Кузнецов Б.А., Захаркин И.И., Богомолов В.Н. Измерение полного эффективного сечения медленных нейтронов для металлического бериллия. Препринт ФЭИ, 1968.

СЕЧЕНИЕ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА И ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ ИЗОТОПА  $^{56}\text{Fe}$ 

О.А.Щербачков, А.И.Ступак, А.Н.Глуховец

SLOW NEUTRON TOTAL AND CAPTURE GROSS-SECTION OF  $^{56}\text{Fe}$ . Neutron Time-of-Flight Spectrometer with 25 MeV Electron Linac was used in the energy range from 0,007 eV up to 1200 eV with the energy resolution of 0,11 me/m. The parameters of the negative level at  $E=-2,64$  keV and the level at  $E=1,153$  keV were obtained.

Введение

Исследования энергетической зависимости сечения радиационного захвата изотопа  $^{56}\text{Fe}$  в области энергии нейтронов ниже 1 кэВ до настоящего времени проводились с помощью спектрометров на естественной смеси изотопов железа по времени замедления в свинце [1,2]. Разброс значений парциальных ширин  $\Gamma_\gamma$  и  $\Gamma_n$  резонанса с  $\ell = 1$  при энергии  $E = 1150$  эВ, полученных в работах [3-8], значителен и выходит за пределы приводимых авторами статьи ошибок эксперимента. Существенно различаются также и приводимые в этих работах положение и параметры отрицательного уровня, которыми, как известно, определяются сечения изотопа  $^{56}\text{Fe}$  на тепловых нейтронах:

$E_0$ , кэВ	$\Gamma_n^0$ , эВ	$\Gamma_\gamma$ , эВ	Литература
$-4,39 \pm 0,17$	$12,5 \pm 8,1$	$1,02 \pm 0,46$	[3]
$-2,0$	3,96	0,64	[7]
$-4,25 \pm 1,6$	-	$0,95 \pm 0,25$	[9]

В связи с этим была поставлена задача измерить сечение радиационного захвата изотопа  $^{56}\text{Fe}$  одновременно с измерениями полного сечения для медленных нейтронов, что позволяет определить параметры отрицательного уровня по совокупности полученных данных.

Методика эксперимента

Сечения изотопа  $^{56}\text{Fe}$  измерялись по методу времени пролета с помощью спектрометра на базе линейного ускорителя электронов ЛУЭ-25 [10]. При длительности импульса ускоренных электронов 1,5 мкс и ширине канала анализатора 0,25 мкс энергетическое разрешение спектрометра составило 0,11 мкс/м.

Образец изотопа  $^{56}\text{Fe}$  в виде металлической пластины размером 55x60 мм, толщиной  $3,58 \cdot 10^{-2}$  ат/б и обогащением 99,9% помещали на расстоянии 9,45 м от мишени-источника. Участок нейтронотода, где находился исследуемый образец, был закрыт алюминиевыми заглушками толщиной 1 мм и откачивался форвакуумным насосом до давления ниже 1 мм рт.ст. Гамма-излучение радиационного захвата нейтронов регистрировалось детектором, состоящим из двух кристаллов NaI (Tl) диаметром 200 мм и высотой 200 мм. Для защиты детектора от нейтронов, рассеянных в образце, последний окружен цилиндрическим слоем  $^{10}\text{B}$  (обогащение 80%) толщиной 1 г/см<sup>2</sup> и слоем В<sub>4</sub>С+парафин толщиной 3 см. Защита детектора от внешних источников фона состоит из свинца и карбида бора с парафином.

Импульсы с фотоумножителей ФЭУ-49 усиливались и формировались с помощью системы электронных блоков, аналогичной описанной в работах [11,12]. Для временного анализа использовался анализатор АИ-4096-2 с минимальной шириной канала 0,25 мкс. Для получения стартового импульса датчиком на кристалле стильбена и ФЭУ-18 регистрировалась вспышка тормозного  $\gamma$ -излучения из мишени-источника. Мониторами нейтронного пучка служили два пропорциональных счетчика СНМО-5, установленные за свинцовой защитой вблизи пучка на расстоянии 5 м от мишени-источника.

Для определения формы спектра нейтронов, выходящих из полиэтиленового замедлителя толщиной 2,5 см, проводились специальные измерения с двумя образцами  $^{10}\text{B}$  толщиной 0,1 и 2 г/см<sup>2</sup>. Эти образцы в алюминиевых контейнерах с толщиной стенки 0,5 мм устанавливались в месте расположения образца изотопа  $^{56}\text{Fe}$ . При измерении полного сечения на тепловых нейтронах в качестве радиатора использовалась плита из смеси редкоземельных элементов [10]. Порог дискриминации при определении сечения радиационного захвата  $^{56}\text{Fe}$  равнялся 1,5 мэВ.

При измерениях на тепловых нейтронах фоны определялись с помощью фильтров из бериллия-10 и кадмия (толщиной 1 мм), а в резонансной области – с помощью фильтров из марганца (резонансы при энергиях 2,38 эВ и 337 эВ), кобальта (132 эВ) и тантала (10,3 и 4,28 эВ). Для интерполяции кривой фона между точками, соответствующими провалам от резонансных фильтров, были проведены измерения с эквивалентным рассеивателем-образцом углерода (графита).

Импульсы собственного фона детектора регистрировались во временном "окне" шириной 1 мс с задержкой относительно момента старта на 16 мс.

### Результаты измерений

При обработке результатов в полученные данные измерений вносились следующие поправки:

- на просчеты анализатора (мертвое время  $\leq 5$  мкс); поправка не превышала 15% для первых 100 каналов шириной 0,25 мкс и быстро уменьшалась до 1% для остальных каналов;
- на долю захватов после многократного рассеяния нейтронов для данного образца  $^{56}\text{Fe}$ , которая есть медленно меняющаяся (30÷40%) функция энергии нейтронов;
- на изменение эффективности регистрации  $\gamma$ -излучений захвата тепловых и резонансных ( $E=1150$  эВ) нейтронов, которая, согласно оценке по данным работ [3,8], не превышает 10%.

Кривая сечения радиационного захвата  $^{56}\text{Fe}$  приведена на рис.1. В области энергии нейтронов 100–1000 эВ соотношение эффект/фон было менее 0,05. Указанные на графике в некоторых точках полные среднеквадратичные ошибки учитывают как статистику, так и неопределенность вносимых поправок. Нормировка кривой сечения радиационного захвата проводилась по сечению захвата на тепловых нейтронах  $\sigma_T^T = 2,57 \pm 0,14$  б.

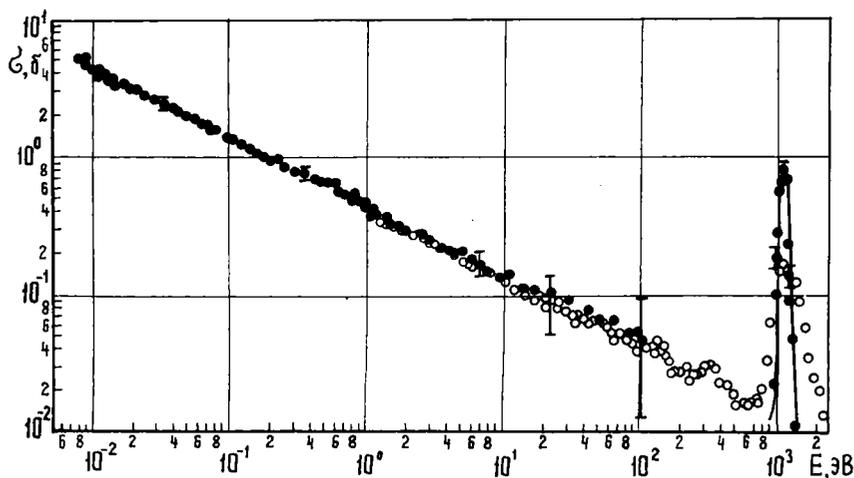


Рис.1. Сечение радиационного захвата нейтронов:

- – результаты данной работы для изотопа  $^{56}\text{Fe}$ ;
- – результаты работы [1] для естественного железа

Было измерено полное сечение  $^{56}\text{Fe}$  в энергетической области 0,007 - 2 эВ. Такой эксперимент позволяет получить абсолютные значения сечения рассеяния  $\sigma_S$  и радиационного захвата тепловых нейтронов  $\sigma_T^T$  из вида энергетической (или времяпролетной) зависимости полного сечения

$$\sigma_t = \sigma_S + \sigma_T^T \sqrt{\frac{E_T}{E}} = \sigma_S + t \cdot \text{const} . \quad (1)$$

Методом наименьших квадратов были получены следующие значения сечений захвата и рассеяния (последнее дано для связанных ядер):

$$\begin{aligned} \sigma_T^T &= 2,57 \pm 0,14 \text{ б}, & E_T &= 0,0253 \text{ эВ}; \\ \sigma_S &= 12,92 \pm 0,20 \text{ б}. \end{aligned}$$

При вычислении полного сечения учитывался вклад сечения магнитного рассеяния, б,

$$\sigma_m = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{e^2 \gamma}{m_e c^2} \right)^2 \mu^2 \lambda^2 \int_0^{1/\lambda} f^2(q) \cdot q \cdot dq , \quad (2)$$

где  $\mu$  - магнитный момент атома железа в магнетонах Бора;  
 $\lambda$  - длина волны де-Бройля нейтрона, Å;  
 $f(q)$  - магнитный форм-фактор атома железа;  
 $q = \sin\theta/\lambda$  - параметр,  $2\theta$  - угол рассеяния;

$$\frac{4\pi}{3} \left( \frac{e^2 \gamma}{m_e c^2} \right)^2 \mu^2 = 6,02 .$$

Как было показано в работе [13] для четно-четного ядра  $^{56}\text{Fe}$ , из измерений полного сечения и сечения радиационного захвата можно получить радиационную ширину  $\Gamma_T$  отрицательного уровня, используя следующую зависимость:

$$\Gamma_T = \frac{\int_0^E \sigma_T(E) \cdot \frac{dE}{\lambda}}{g [\alpha(0) - \alpha(E)]} , \quad (3)$$

где  $\alpha = \sqrt{\sigma_S/4\pi}$  - амплитуда рассеяния;  
 $g$  - статистический фактор.

В энергетической области ниже 5 кэВ основной вклад в сечение захвата  $^{56}\text{Fe}$  дают отрицательный уровень и резонанс с энергией  $E=27,9$  кэВ, поэтому сечение захвата

$$\sigma_T(E) = (\sigma_T^T - \Delta\sigma_T^T) \sqrt{\frac{E_T}{E}} \cdot \frac{E_0^2}{(E+E_0)^2} + \sigma_{01} \sqrt{\frac{E_{01}}{E}} \cdot \frac{\Gamma_{T1} \cdot \Gamma_1}{4(E-E_{01})^2} , \quad (4)$$

где  $E_0$  и  $E_{01}$  - энергии отрицательного уровня и уровня 27,9 кэВ соответственно;

$\Delta\sigma_T^T$  - вклад в сечение  $\sigma_T^T$  положительных уровней;

$\sigma_{01}, \Gamma_{T1}, \Gamma_1$  - полное сечение в максимуме, радиационная и полная ширины уровня 27,9 кэВ.

После подстановки выражения (4) в формулу (3) с учетом известных рекомендованных для положительных уровней данных работы [14] получаем

$$\Gamma_T = \frac{0,139}{\alpha(0) - \alpha(E)} \cdot \frac{E_0 \cdot E}{E_0 + E} + \frac{0,117}{\alpha(0) - \alpha(E)} \cdot \frac{E}{279 - E} , \quad (5)$$

где  $\Gamma_T$  измеряется в электронвольтах,  $E$  - в килоэлектронвольтах;  $\alpha(E)$  - в единицах  $10^{-12}$  см.

По результатам данной работы, а также из измерений полного сечения  $^{56}\text{Fe}$  в области 1-5 кэВ, выполненных на пролетной базе I20 м этой же установки, с помощью соотношения (5) вычислены положение и радиационная ширина отрицательного уровня

$$E_0 = -2,64 \pm 0,15 \text{ кэВ}; \quad \Gamma_\gamma = 0,80 \pm 0,16 \text{ эВ}.$$

Нейтронная ширина этого уровня вычислена по его вкладу в сечение захвата  $\sigma_\gamma^T = 2,57 \text{ б}$ :  $\Gamma_n^0 = 5,27 \text{ эВ}$ .

Для уровня с энергией  $E = 1150 \text{ эВ}$  получены следующие параметры:

$$E = 1153 \pm 28 \text{ эВ}; \quad 2q\Gamma_n = 0,113 \pm 0,022 \text{ эВ}.$$

Нейтронная ширина этого уровня рассчитывалась по методу площадей в предположении  $\Gamma_\gamma = 0,6 \text{ эВ}$  [15]. Кривая полного сечения  $^{56}\text{Fe}$ , измеренного в данной работе, показана на рис.2.

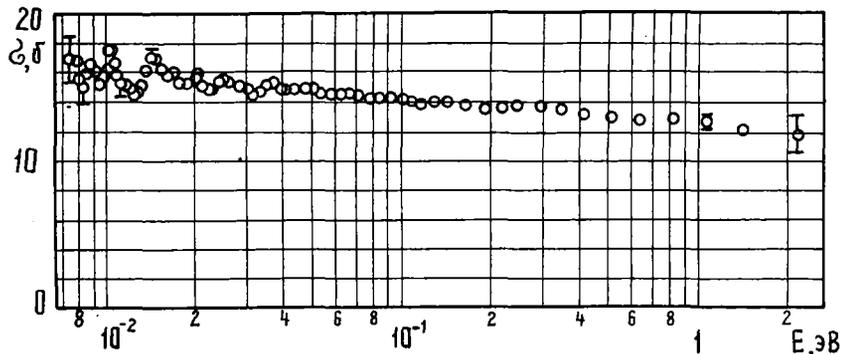


Рис.2. Полное нейтронное сечение изотопа  $^{56}\text{Fe}$

### Заключение

Полученные в данной работе значения сечений на тепловых нейтронах согласуются с рекомендованными в работе [15] данными:

$$\sigma_\gamma^T = 2,63 \pm 0,21 \text{ б}; \quad \sigma_s = 12,8 \pm 0,25 \text{ б}.$$

Параметры отрицательного уровня отличаются от значений, приводимых авторами работ [3,7,9]. Однако подтверждается тот факт, что радиационная ширина этого уровня выше рекомендованного значения 0,6 эВ [14]. Можно считать экспериментально установленным, что сечение радиационного захвата изотопа  $^{56}\text{Fe}$  следует закону  $1/v$  в области энергий нейтронов 0,01 - 100 эВ. Полученное для уровня 1153 эВ значение параметра  $2q\Gamma_n$  хорошо согласуется с данными работ [5,6] и существенно ниже величины, приведенной в работе [8]:

$$2q\Gamma_n = 0,104 \pm 0,010 \text{ эВ} [4]; \quad 2q\Gamma_n = 0,136 \pm 0,012 \text{ эВ} [6]; \quad 2q\Gamma_n = 0,172 \text{ эВ} [8].$$

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. И с а к о в А.И., П о п о в Ю.И., Ш а п и р о Ф.Л. ЖЭТФ, 1960, т.38, с.989.
2. M i t z e l F., P l e n d l H.S. - "Nucleonik", 1964, v.6, p.371.
3. M o o r e J.A., P a l e v s k y H., C h r i e n R.E. - "Phys.Rev.", 1963, v.132, N 2, p.801.
4. M o x o n M.C., C h a f f y C.M. AERE PR/NP6, 1963, p.15.
5. M a s k l i n R.L., P a s h a P.J., G i b b o n s J.H. - "Phys.Rev.", 1964, v.136, p.695.
6. B l o c k R.C. - "Phys.Rev.", 1964, v.13, p.234.
7. G a r g J.V., R a i n w a t e r J., H a v e n s W.W. - "Phys.Rev.", 1971, v.30, N 6, p.2447.
8. H o s k e n b u r g R.W. e.a. - "Phys.Rev.", 1969, v.178, N 4, p.1746.
9. Д о м л ь н и ц ы н Е.И., Ш а н а р ь и н М.В., С т у п а к А.И. Материалы рабочего совещания по взаимодействию нейтронов с ядрами 9-12 июня 1964. Дубна, 1964.
10. Препринт ФЭИ-678, Обнинск, 1976. Авт.: Е.И.Домльницын, А.И.Ступак, Г.А.Войнов, А.Н.Глуховец.
11. А р е ф ь е в В.А., Б а с и л а д з е С.Г. и др. Препринт ОИЯИ, I3-5447, дубна, 1970.

12. Б о р е й к о в.Ф., Б у д я ш о в Ю.Г. и др. Препринт ОИЯИ, I3-6396, дубна, 1972.
13. Ф е я н Ю.И., Ш а п и р о Ф.И. Материалы рабочего совещания по взаимодействию нейтронов с ядрами 9-12 июня 1964. Дубна, 1964.
14. Neutron Cross Sections. BNL-325, 3-d ed., 1973.
15. "Nucl.Sci. and Engng", 1966, v.26, p.487. Auth.: S.J.Friesenhahn, E.Haddad, F.H.Fröhner, W.M.Lopez.

УДК 539.172.4

ОЦЕНКА НЕЙТРОННЫХ СЕЧЕНИЙ НА ИЗОТОПАХ НИКЕЛЯ В ИНТЕРВАЛЕ ЭНЕРГИЙ 1-15 МЭВ

В.М. Бычков, В.И. Попов

EVALUATION OF NEUTRON CROSS-SECTIONS FOR NICKEL ISOTOPES IN ENERGY RANGE OF 1-15 MeV. The results of evaluation of neutron cross-sections of reactions going at the nickel nuclear bombardment with the fast neutrons are given in this work. Data of the experimental works published up to 1976 year and theoretical model calculations were used for the evaluation.

Recommended data were received for level excitation function at the neutron inelastic scattering on the isotopes of  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ , for cross-sections of threshold on the isotopes of nickel  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$ , for the angular distributions of neutron elastically scattered and for energy spectra of neutron inelastically scattered for a natural isotope mixture.

Сечения взаимодействия нейтронов с ядрами никеля представляют особый интерес для реакторостроения, поскольку никель является одним из важных конструкционных материалов реактора и защиты. Имеющиеся в настоящее время в ЦЯД оценки нейтронных сечений для никеля из Ливерморской библиотеки [1] и библиотеки КЕДАК [2], а также среднегрупповые сечения из системы констант БНАБ [3] выполнены на основе уже устаревших экспериментальных данных и поэтому нуждаются в уточнении.

В данной работе оценены сечения для ядер  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$  и естественной смеси изотопов никеля в области энергий 1-15 МэВ с учетом современного состояния экспериментальных данных. Для построения рекомендованных кривых энергетической зависимости сечений применялись расчеты в пределах теоретических моделей. При этом были использованы результаты теоретического анализа нейтронных сечений, опубликованные в работах [4-6].

В естественном никеле содержится пять стабильных изотопов (табл.1). Так как изотопов  $^{61}\text{Ni}$  и  $^{64}\text{Ni}$  в нем содержится  $\sim 1\%$ , то сечения реакций на этих изотопах не рассматривались. Реакции на изотопах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$ , для которых оценены сечения в

Таблица I  
Содержание стабильных изотопов  
в природном никеле

Изотоп	Содержание, %
$^{58}\text{Ni}$	68,3
$^{60}\text{Ni}$	26,1
$^{61}\text{Ni}$	1,1
$^{62}\text{Ni}$	3,6
$^{64}\text{Ni}$	0,9

данной работе, приведены в табл.2. Угловые распределения упруго рассеянных нейтронов оценены только для естественной смеси изотопов.

Полученные в результате данной оценки числовые результаты по сечениям ( $n, n'$ ), ( $n, p$ ), ( $n, \alpha$ ), ( $n, 2n$ ), ( $n, pn$ ), ( $n, pr$ ), функциям возбуждения уровней и спектрам неупругого рассеяния нейтронов, а также коэффициенты разложения дифференциальных сечений упругого рассеяния нейтронов по полиномам Лежандра приведены в табл.3-II.

Таблица 2

Реакции на изотопах никеля,  
для которых проводилась оценка сечений

$^{58}_{28}\text{Ni}$		$^{60}_{28}\text{Ni}$		$^{62}_{28}\text{Ni}$	
Реакция	Энергия реакции, МэВ	Реакция	Энергия реакции, МэВ	Реакция	Энергия реакции, МэВ
(n,n')	-1,454	(n,n')	-1,333	-	-
(n,p)	+0,4	(n,p)	-2,033	(n,p)	-4,437
(n, $\alpha$ )	+2,89	(n, $\alpha$ )	+1,352	(n, $\alpha$ )	-4,28
(n,2n)	-12,191	(n,2n)	-11,388	(n,2n)	-10,6
(n,np)	-8,173	(n,np)	-9,53	-	-
(n,n $\alpha$ )	-6,411	(n,n $\alpha$ )	-6,29	-	-
(n, $\alpha$ )	-6,051	-	-	-	-

Таблица 3

## Схемы уровней

$^{58}_{28}\text{Ni}$			$^{60}_{28}\text{Ni}$		
№ П.П.	$E_x$ , МэВ	J $\pi$	№ П.П.	$E_x$ , МэВ	J $\pi$
0	0,0	0 <sup>+</sup>	0	0,0	0 <sup>+</sup>
1	1,454	2 <sup>+</sup>	1	1,333	2 <sup>+</sup>
2	2,459	4 <sup>+</sup>	2	2,158	2 <sup>+</sup>
3	2,775	2 <sup>+</sup>	3	2,286	0 <sup>+</sup>
4	2,902	(1 <sup>+</sup> )	4	2,506	4 <sup>+</sup>
5	2,942	(0 <sup>+</sup> )	5	2,625	3 <sup>+</sup>
6	3,0381	2 <sup>+</sup>	6	3,123	2 <sup>+</sup>
7	3,264	2 <sup>+</sup>	7	3,184	(1 <sup>+</sup> )
			8	3,195	1 <sup>+</sup>

Таблица 4

Функции возбуждения уровней  
при неупругом рассеянии нейтронов на ядре  $^{58}_{28}\text{Ni}$ , б

$E_n$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ			$E_n$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ		
	1,454	2,459	2,775		1,454	2,459	2,775
1,2	0	0	0	3,2	0,531	0,099	0,150
1,4	0	0	0	3,4	0,474	0,111	0,168
1,6	0,220	0	0	3,6	0,418	0,118	0,164
1,8	0,396	0	0	3,8	0,366	0,119	0,150
2,0	0,505	0	0	4	0,316	0,113	0,130
2,2	0,586	0	0	4,2	0,272	0,102	0,115
2,4	0,624	0	0	4,4	0,240	0,092	0,099
2,6	0,633	0,020	0	4,6	0,211	0,082	0,084
2,8	0,623	0,049	0	4,8	0,192	0,073	0,069
3	0,588	0,074	0,110	5	0,175	0,066	0,059

$E_n$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ			$E_n$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ		
	1,454	2,459	2,775		1,454	2,459	2,775
5,5	0,145	0,046	0,039	10,5	0,070	0,055	0,0050
6	0,124	0,032	0,024	11	0,068	0,050	0,0045
6,5	0,108	0,022	0,017	11,5	0,067	0,045	0,0043
7	0,096	0,015	0,011	12	0,066	0,040	0,0040
7,5	0,089	0,011	0,009	12,5	0,065	0,035	0,0038
8	0,085	0,009	0,0075	13	0,063	0,032	0,0035
8,5	0,082	0,075	0,0070	13,5	0,061	0,030	0,0032
9	0,080	0,065	0,0065	14	0,060	0,028	0,0030
9,5	0,076	0,060	0,0060	14,5	0,059	0,026	0,0028
10	0,074	0,55	0,0055	15	0,058	0,024	0,0026

Таблица 5

Функции возбуждения уровней при неупругом рассеянии  
нейтронов на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , б

$E$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ			$E$ , МэВ	$E_{ур}$ , МэВ		
	1,332	2,158 $\pm 0,286$	2,506 $\pm 0,625$		1,332	2,158 $\pm 0,286$	2,506 $\pm 0,625$
1,2	0,00	0	0	6	0,139	0,064	0,097
1,4	0,07	0	0	6,5	0,115	0,049	0,068
1,6	0,25	0	0	7	0,100	0,039	0,046
1,8	0,40	0	0	7,5	0,093	0,034	0,033
2,0	0,51	0	0	8	0,088	0,029	0,026
2,2	0,554	0,042	0	8,5	0,082	0,026	0,022
2,4	0,566	0,143	0	9	0,079	0,023	0,020
2,6	0,564	0,243	0,038	9,5	0,076	0,020	0,018
2,8	0,550	0,315	0,113	10	0,072	0,019	0,016
3	0,517	0,334	0,172	10,5	0,068	0,017	0,014
3,2	0,485	0,330	0,223	11	0,064	0,015	0,012
3,4	0,452	0,309	0,257	11,5	0,060	0,013	0,011
3,6	0,420	0,282	0,273	12	0,059	0,012	0,010
3,8	0,387	0,255	0,272	12,5	0,058	0,011	0,009
4	0,355	0,228	0,258	13	0,057	0,010	0,008
4,2	0,322	0,200	0,237	13,5	0,056	0,009	0,007
4,4	0,293	0,175	0,217	14	0,055	0,008	0,006
4,6	0,266	0,154	0,200	14,5	0,054	0,007	0,005
4,8	0,241	0,135	0,182	15	0,053	0,006	0,004
5	0,220	0,119	0,166				
5,5	0,175	0,086	0,132				

Нейтронные сечения для изотопа  $^{58}\text{Ni}$ , б

$E_n$	$\sigma_{n,n'}$	$\sigma_{n,p}$	$\sigma_{n,\alpha}$	$\sigma_{n,d}$	$\sigma_{n,2n}$	$\sigma_{n,np}$	$\sigma_{n,pn}$
1,0	-	-	-	-	-	-	-
1,2	-	0,004	-	-	-	-	-
1,4	-	0,009	-	-	-	-	-
1,6	0,220	0,019	-	-	-	-	-
1,8	0,396	0,028	-	-	-	-	-
2,0	0,505	0,061	-	-	-	-	-
2,2	0,586	0,085	-	-	-	-	-
2,4	0,624	0,112	-	-	-	-	-
2,6	0,653	0,142	-	-	-	-	-
2,8	0,672	0,164	-	-	-	-	-
3,0	0,844	0,199	-	-	-	-	-
3,2	0,879	0,227	0,002	-	-	-	-
3,4	0,935	0,258	0,003	-	-	-	-
3,6	0,994	0,287	0,004	-	-	-	-
3,8	1,020	0,320	0,005	-	-	-	-
4,0	1,018	0,346	0,006	-	-	-	-
4,2	1,001	0,388	0,007	-	-	-	-
4,4	0,996	0,415	0,009	-	-	-	-
4,6	0,981	0,440	0,010	-	-	-	-
4,8	0,958	0,467	0,012	-	-	-	-
5,0	0,934	0,490	0,015	-	-	-	-
5,5	0,878	0,550	0,022	-	-	-	-
6,0	0,847	0,580	0,030	-	-	-	-
6,5	0,809	0,610	0,038	-	-	-	-
7,0	0,775	0,635	0,045	-	-	-	-
7,5	0,746	0,640	0,055	0,005	-	-	-
8,0	0,722	0,640	0,062	0,012	-	-	-
8,5	0,699	0,640	0,070	0,016	-	-	-
9,0	0,683	0,635	0,076	0,020	-	-	-
9,5	0,667	0,630	0,083	0,024	-	-	-
10,0	0,649	0,625	0,090	0,030	-	-	-
10,5	0,634	0,620	0,095	0,036	-	-	-
11,0	0,573	0,617	0,100	0,043	-	0,040	0,005
11,5	0,488	0,600	0,103	0,047	-	0,110	0,025
12,0	0,412	0,570	0,106	0,050	-	0,184	0,047
12,5	0,350	0,535	0,110	0,053	-	0,245	0,074
13,0	0,287	0,500	0,113	0,055	0,004	0,300	0,108
13,5	0,238	0,450	0,116	0,057	0,011	0,340	0,155
14	0,184	0,410	0,118	0,060	0,022	0,370	0,205
14,5	0,159	0,364	0,121	0,061	0,032	0,380	0,254
15	0,120	0,358	0,120	0,058	0,044	0,377	0,296

Таблица 7

Нейтронные сечения для изотопа  $^{60}\text{Ni}$ , б

$E_n$	$\sigma_{n,n'}$	$\sigma_{n,p}$	$\sigma_{n,\alpha}$	$\sigma_{n,2n}$	$\sigma_{n,np}$	$\sigma_{n,pn}$
1,0	-	-	-	-	-	-
1,2	-	-	-	-	-	-
1,4	0,07	-	-	-	-	-
1,6	0,25	-	-	-	-	-
1,8	0,40	-	-	-	-	-
2,0	0,51	-	-	-	-	-
2,2	0,596	-	-	-	-	-
2,4	0,709	-	-	-	-	-
2,6	0,845	-	-	-	-	-
2,8	0,978	-	-	-	-	-
3,0	1,083	-	-	-	-	-
3,2	1,118	-	-	-	-	-
3,4	1,177	-	-	-	-	-
3,6	1,256	-	-	-	-	-
3,8	1,363	-	-	-	-	-
4,0	1,379	-	-	-	-	-
4,2	1,391	0,001	-	-	-	-
4,4	1,403	0,002	-	-	-	-
4,6	1,415	0,004	-	-	-	-
4,8	1,421	0,006	-	-	-	-
5,0	1,429	0,010	-	-	-	-
5,5	1,426	0,021	-	-	-	-
6,0	1,414	0,034	0,002	-	-	-
6,5	1,397	0,048	0,005	-	-	-
7,0	1,381	0,062	0,010	-	-	-
7,5	1,356	0,078	0,015	-	-	-
8,0	1,324	0,093	0,021	-	-	-
8,5	1,294	0,106	0,026	-	-	-
9,0	1,265	0,118	0,031	-	-	-
9,5	1,238	0,128	0,037	-	-	-
10	1,215	0,136	0,042	-	-	-
10,5	1,196	0,143	0,046	-	-	-
11	1,181	0,148	0,051	-	-	-
11,5	1,157	0,153	0,056	0,010	-	-
12	1,086	0,155	0,061	0,070	0,002	-
12,5	0,989	0,157	0,065	0,150	0,013	-
13	0,886	0,157	0,069	0,230	0,025	0,008
13,5	0,786	0,158	0,072	0,320	0,030	0,016
14	0,690	0,146	0,073	0,410	0,035	0,026
14,5	0,584	0,135	0,074	0,510	0,040	0,040
15	0,508	0,123	0,075	0,580	0,046	0,054

Таблица 8

Нейтронные сечения для изотопа  $^{62}\text{Ni}$ , б

$E_n, \text{МэВ}$	$\sigma_{n,p}$	$\sigma_{n,\alpha}$	$\sigma_{n,2n}$
9	0,008	0,004	-
9,5	0,012	0,006	-
10	0,015	0,008	-
10,5	0,019	0,010	-
11	0,022	0,012	0,008
11,5	0,025	0,013	0,070
12	0,029	0,015	0,200
12,5	0,032	0,016	0,315
13	0,035	0,018	0,470
13,5	0,037	0,019	0,610
14	0,039	0,020	0,740
14,5	0,040	0,021	0,820
15	0,040	0,022	0,900

Таблица 9

Нейтронные сечения для естественной смеси  
изотопов никеля, б

$E_n, \text{МэВ}$	$\sigma_{n,n'}$	$\sigma_{n,p}$	$\sigma_{n,\alpha}$	$\sigma_{n,d}$	$\sigma_{n,2n}$	$\sigma_{n,np}$	$\sigma_{n,pn}$	$\sigma_{non}$
1,0	-	-	-	-	-	-	-	-
1,2	-	0,003	-	-	-	-	-	0,003
1,4	0,020	0,006	-	-	-	-	-	0,026
1,6	0,229	0,013	-	-	-	-	-	0,242
1,8	0,397	0,019	-	-	-	-	-	0,416
2,0	0,506	0,042	-	-	-	-	-	0,548
2,2	0,589	0,059	-	-	-	-	-	0,648
2,4	0,650	0,077	-	-	-	-	-	0,727
2,6	0,711	0,098	-	-	-	-	-	0,809
2,8	0,764	0,113	-	-	-	-	-	0,877
3,0	0,916	0,137	-	-	-	-	-	1,053
3,2	0,951	0,157	0,001	-	-	-	-	1,109
3,4	1,008	0,178	0,002	-	-	-	-	1,188
3,6	1,073	0,198	0,003	-	-	-	-	1,274
3,8	1,123	0,221	0,003	-	-	-	-	1,347
4,0	1,126	0,239	0,004	-	-	-	-	1,369
4,2	1,118	0,268	0,005	-	-	-	-	1,391
4,4	1,118	0,286	0,006	-	-	-	-	1,410
4,6	1,111	0,304	0,007	-	-	-	-	1,422
4,8	1,097	0,324	0,008	-	-	-	-	1,429
5,0	1,083	0,341	0,010	-	-	-	-	1,434
5,5	1,040	0,385	0,015	-	-	-	-	1,440

$E_n, \text{МэВ}$	$\sigma_{n,n'}$	$\sigma_{n,p}$	$\sigma_{n,\alpha}$	$\sigma_{n,d}$	$\sigma_{n,2n}$	$\sigma_{n,np}$	$\sigma_{n,pn}$	$\sigma_{non}$
6,0	1,017	0,409	0,021	-	-	-	-	1,447
6,5	0,985	0,434	0,028	-	-	-	-	1,447
7,0	0,957	0,455	0,034	-	-	-	-	1,446
7,5	0,929	0,463	0,042	0,003	-	-	-	1,437
8,0	0,903	0,467	0,048	0,008	-	-	-	1,426
8,5	0,878	0,470	0,055	0,011	-	-	-	1,414
9,0	0,858	0,470	0,061	0,014	-	-	-	1,403
9,5	0,838	0,470	0,067	0,017	-	-	-	1,392
10,0	0,819	0,469	0,073	0,021	-	-	-	1,382
10,5	0,803	0,467	0,078	0,025	-	-	-	1,373
11,0	0,755	0,467	0,083	0,030	-	0,027	0,003	1,365
11,5	0,689	0,456	0,086	0,032	0,006	0,076	0,017	1,362
12	0,614	0,436	0,090	0,034	0,027	0,128	0,032	1,361
12,5	0,542	0,413	0,094	0,036	0,053	0,172	0,051	1,361
13,0	0,467	0,389	0,097	0,038	0,084	0,214	0,077	1,366
13,5	0,402	0,353	0,100	0,039	0,118	0,243	0,111	1,366
14,0	0,336	0,324	0,102	0,041	0,155	0,265	0,148	1,371
14,5	0,287	0,289	0,104	0,042	0,193	0,273	0,186	1,374
15,0	0,236	0,282	0,104	0,040	0,223	0,273	0,219	1,377

Таблица 10

Спектры неупругого рассеяния нейтронов на естественной смеси изотопов никеля,  $\sigma/\text{МэВ}$ 

$E, \text{МэВ}$	$E_n, \text{МэВ}$			
	7	9	12	14,5
0-1	0,184	0,230	0,135	0,310
1-2	0,267	0,285	0,170	0,249
2-3	0,227	0,168	0,128	0,154
3-4	0,144	0,090	0,086	0,093
4-5	0,064	0,047	0,057	0,068
5-6	0,085	0,026	0,039	0,057
6-7	-	0,017	0,027	0,044
7-8	-	0,070	0,020	0,033
8-9	-	-	0,015	0,025
9-10	-	-	0,011	0,019
10-11	-	-	0,050	0,014
11-12	-	-	-	0,010
12-13	-	-	-	0,040

Энергетическая зависимость коэффициентов разложения по полиномам Лежандра угловых распределений упругого рассеяния нейтронов с энергиями 1 - 15 МэВ на естественном никеле в форме

$$\sigma(\mu) = \sigma_0 / 4\pi \sum_{\ell=1}^{12} W_{\ell} P_{\ell}(\mu)$$

$E_n$ , МэВ	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$	$W_6$	$W_7$	$W_8$	$W_9$	$W_{10}$	$W_{11}$	$W_{12}$
1	0,394	0,844	0,130	0,154								
2	0,731	1,515	0,776	0,381								
3	1,359	1,790	1,539	0,762	0,034	0,076						
4	1,854	2,365	2,289	1,514	0,582	0,274	0,075					
5	2,168	2,786	2,780	2,203	1,150	0,560	0,207	0,040				
6	2,362	3,062	3,098	2,604	1,539	0,743	0,242	0,070				
7	2,435	3,206	3,278	2,829	1,800	0,937	0,357	0,116	0,001			
8	2,461	3,315	3,455	3,124	2,129	1,214	0,543	0,215	0,054			
9	2,458	3,385	3,570	3,306	2,353	1,445	0,774	0,322	0,105			
10	2,499	3,505	3,824	3,673	2,856	1,919	1,195	0,630	0,267	0,072		
11	2,528	3,564	3,979	3,888	3,148	2,188	1,425	0,819	0,354	0,092		
12	2,566	3,640	4,141	4,096	3,474	2,539	1,737	1,100	0,545	0,196	0,037	
13	2,548	3,620	4,168	4,211	3,724	2,896	2,122	1,492	0,821	0,317	0,077	
14	2,538	3,610	4,164	4,246	3,842	3,113	2,361	1,715	0,988	0,337	0,091	0,013
15	2,540	3,644	4,247	4,401	4,082	3,409	2,633	1,930	1,127	0,439	0,074	0,002

#### Оценка угловых распределений упруго рассеянных нейтронов

Угловые распределения упруго рассеянных нейтронов на никеле были оценены в работе [7]. Результаты более новых экспериментов опубликованы в работах [8,9], в которых, в частности, хорошо исследован диапазон энергий 6-8 МэВ, не изученный ранее. Это позволяет уточнить рекомендованные сечения и расширить область, в которой оценка опирается непосредственно на эксперимент. В данной работе в интервале энергий 1-8 МэВ, где измеренные энергетические точки следуют не реже, чем через 1 МэВ, в ходе оценки была проведена интерполяция самих дифференциальных сечений под различными углами или в характерных точках. При 14 МэВ усреднены результаты измерений трех различных авторов, приведенные в работе [8]. Однако в интервале энергий 9-13 МэВ измерения не проводились, поэтому данные оценивались по оптической модели ядра. По программе автоматического поиска были определены значения параметров оптической модели, при которых достигается наилучшее согласование теоретических и экспериментальных угловых распределений [10]. Поиск производился для энергий 4,6,8 и 14 МэВ. На рис.1 демонстрируется качество подгонки на примере углового распределения при 14 МэВ.

На основе найденной энергетической зависимости параметров рассчитывались рекомендованные угловые распределения упруго рассеянных нейтронов при 9-13 и 15 МэВ.

Оцененные данные для естественного никеля приведены в табл. II в форме коэффициентов разложения угловых распределений по полиномам Лежандра в системе центра масс

$$\sigma(\mu) = \frac{\sigma_0}{4\pi} \sum_{\ell}^n W_{\ell} P_{\ell}(\mu).$$

На рис.2 сравниваются полученные в настоящей работе коэффициенты разложения с результатами оценки работы [7]. Расхождения касаются главным образом высоких энергий ( $> 6$  МэВ) и объясняются включением в настоящую оценку данных новых работ, опубликованных в последние годы, а также более тщательным подбором параметров оптической модели специально для данного ядра.

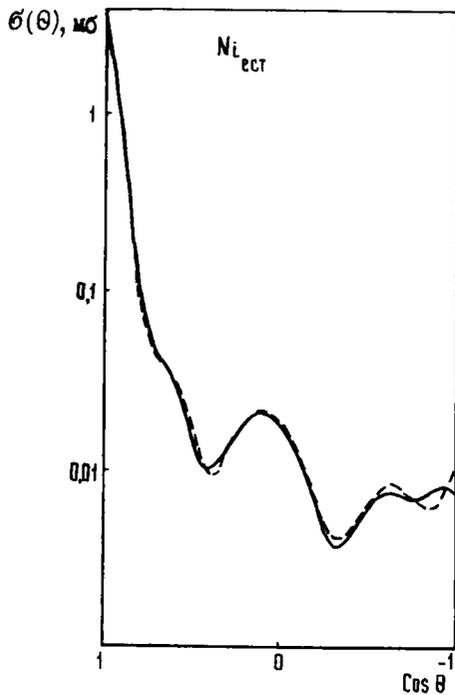


Рис.1. Сравнение углового распределения упруго рассеянных нейтронов с энергией 14 МэВ на естественном никеле, полученного экспериментально (—), с рассчитанным по оптической модели со специально подобранными параметрами

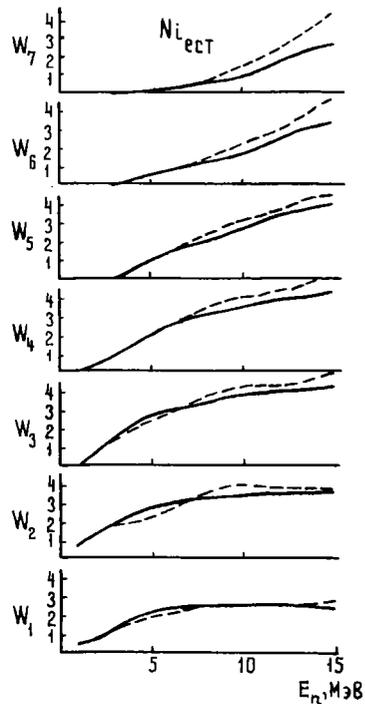


Рис.2. Сравнения первых семи коэффициентов разложения угловых распределений упругого рассеяния нейтронов естественного никеля, оцененных в настоящей работе (—) и в работе [7] (---)

#### Оценка функций возбуждения уровней при неупругом рассеянии нейтронов

Схемы уровней для  $^{58}\text{Ni}$  и  $^{60}\text{Ni}$  приведены в табл.3. Функции возбуждения уровней этих изотопов оценены по экспериментальным данным, опубликованным до 1976 г. в работах [2,9,11-15], на основе расчетов по статистической теории и модели сильной связи каналов [4] и прежней оценки, выполненной методом псевдоуровней [16].

В случае значительного расхождения экспериментальных данных, полученных по разным методикам, предпочтение отдавалось измерениям, где детектируемой частицей являлся нейтрон, так как при регистрации  $\gamma$ -излучений неупругого рассеяния (как например в работе [11]) трудно учесть все каскадные переходы в ядрах, поэтому результаты могут содержать значительную ошибку.

Для первых уровней изотопов никеля 1,33 МэВ ( $^{60}\text{Ni}$ ) и 1,45 МэВ ( $^{58}\text{Ni}$ ) теоретические кривые хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными при энергии выше 3 МэВ, а при более низких энергиях наблюдается некоторое завышение теоретического сечения. Поэтому рекомендованные кривые до энергии 3 МэВ проведены по экспериментальным точкам, а далее они совпадают с теоретическими вплоть до энергии 15 МэВ (рис.3, 4).

Для уровня 2,46 МэВ ( $^{58}\text{Ni}$ ), а также (2,16 + 2,29) МэВ и (2,51 + 2,62) МэВ ( $^{60}\text{Ni}$ ) рекомендованная кривая от порога до 6 МэВ проведена по экспериментальным точкам, а затем согласно оценке по работе [16] (рис.5-7). Для уровня 2,78 МэВ ( $^{58}\text{Ni}$ ) рекомендованная кривая от порога до 6 МэВ соответствует теоретическому расчету, а далее проведена согласно оценке по работе [16] (рис.8). Неопределенность в рекомендованных кривых функций возбуждения, оцененная на основе ошибок в экспериментальных данных, возрастает от 5% на первых (1,33 и 1,45 МэВ) уровнях до 10% на остальных уровнях.

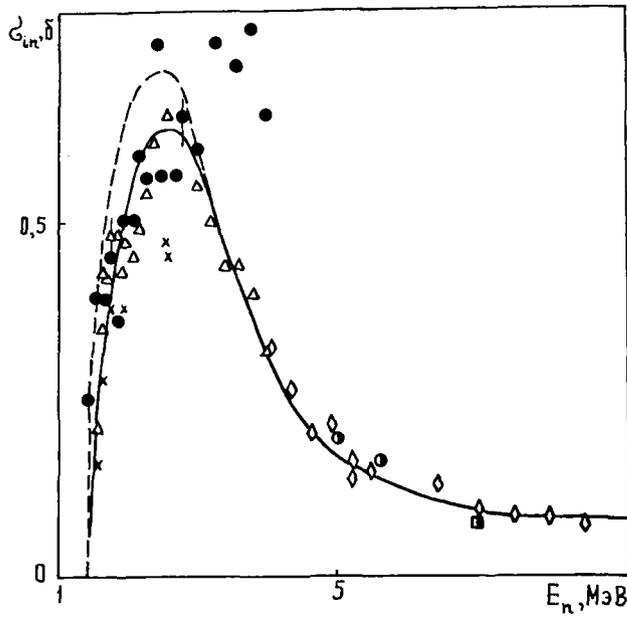


Рис. 3. Функция возбуждения уровня 1,45 МэВ  $^{58}\text{Ni}$ :

---- результат теоретического расчета; — настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\diamond$  - [9];  $\bullet$  - [11];  $\circ$  - [12];  $\square$  - [13];  $\square$  - [14];  $\times$  - [15]

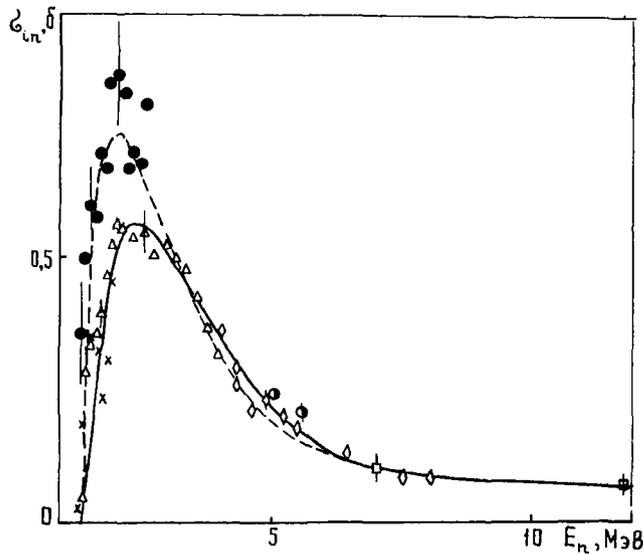


Рис. 4. Функция возбуждения уровня 1,33 МэВ  $^{60}\text{Ni}$ :

---- результат теоретического расчета; — настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\diamond$  - [9];  $\bullet$  - [11];  $\circ$  - [12];  $\square$  - [14];  $\times$  - [15]

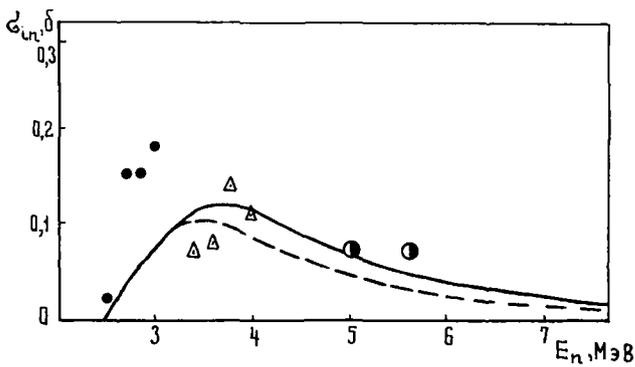


Рис. 5. Функция возбуждения уровня 2,46 МэВ  $^{58}\text{Ni}$ :

---- результат теоретического расчета; — настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\bullet$  - [11];  $\circ$  - [12]

Рис. 6. Функция возбуждения суммы уровней 2,16 и 2,29 МэВ  $^{60}\text{Ni}$ :

--- результат теоретического расчета; — настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\diamond$  - [9];  $\bullet$  - [11];

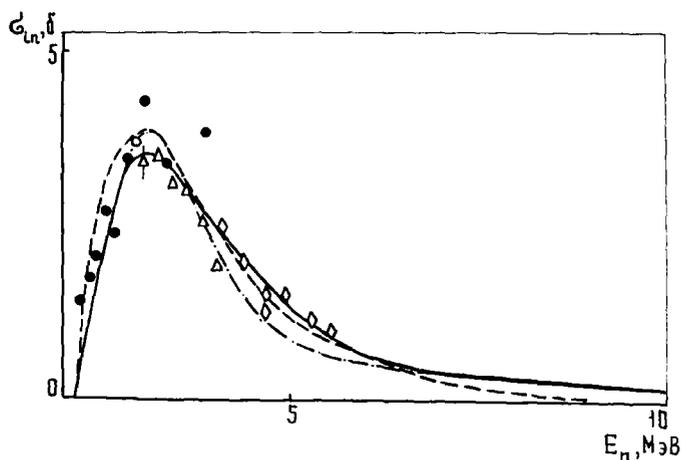


Рис. 7. Функция возбуждения суммы уровней 2,51 и 2,62 МэВ  $^{60}\text{Ni}$ :

--- результат теоретического расчета; — настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\diamond$  - [9];  $\circ$  - [12];  $\square$  - [13]

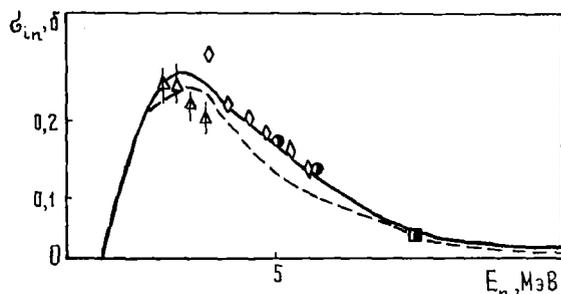
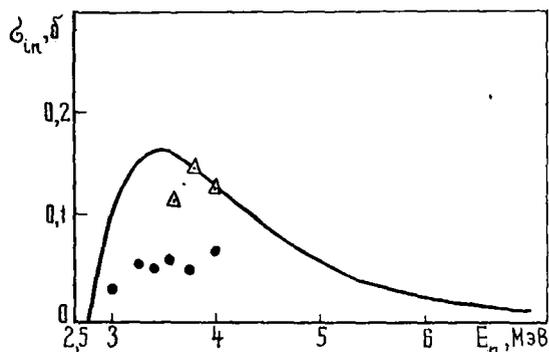


Рис. 8. Функция возбуждения уровня 2,78 МэВ  $^{58}\text{Ni}$ :

— настоящая оценка; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ:  $\Delta$  - [2];  $\bullet$  - [11];



Следует отметить, что в рамках статистической модели рассчитаны функции возбуждения всех уровней (см. табл. 3), однако рекомендованные данные приводятся лишь для тех уровней, для которых проведены экспериментальные измерения.

#### Оценка сечений реакций $(n, n')$ , $(n, p)$ , $(n, \alpha)$ , $(n, 2n)$ , $(n, np)$ , $(n, n\alpha)$

Полное сечение неупругого рассеяния нейтронов на изотопах никеля ( $n, n'$ ) до энергии 3 МэВ получено суммированием парциальных сечений на дискретных уровнях. При энергии выше 3 МэВ сечение оценивалось как разность между сечением образования составного ядра, рассчитанным по оптической модели и сечением упругого рассеяния через составное ядро, вычисленным по статистической модели [5, 6] и суммой сечений всех неупругих процессов:

$$\sigma_{in} = \sigma_c - (\sigma_{ce} + \sigma_{n,p} + \sigma_{n,\alpha} + \sigma_{n,np} + \sigma_{n,n\alpha} + \sigma_{n,d} + \sigma_{n,2n}).$$

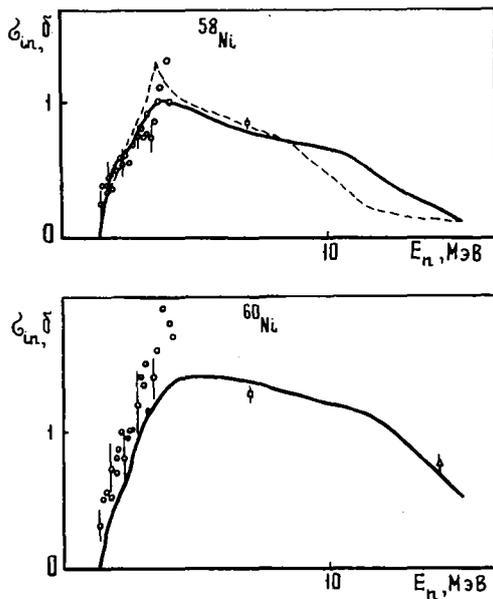


Рис.9. Полное сечение неупругого рассеяния нейтронов на изотопах никеля; экспериментальные точки, заимствованные из следующих работ: --- [1]; — — — — — настоящая оценка;  $\circ$  - [11];  $\square$  - [13];  $\Delta$  - [17]

но широком диапазоне энергий, ошибка в рекомендованных сечениях этой реакции составляет  $\sim 10\%$ . Оценка сечения  $(n,p)$  на  $^{62}\text{Ni}$  основана на теоретических расчетах и может быть рекомендована с точностью до 25%. Неопределенность в сечениях  $(n,np)$  и  $(n,pn)$  также составляет 25-30%. Сечения реакций  $(n,np)$  и  $(n,pn)$  а также сравнение суммарного сечения  $(n,np) + (n,pn)$  для  $^{58}\text{Ni}$  с оценкой NDJ [1] показаны на рис.10, 11.

Ситуация с экспериментальными данными по сечению  $(n,\alpha)$  на изотопах никеля значительно хуже. Так как результаты измерений имеются лишь при энергии  $\sim 14$  МэВ, то сечения  $(n,\alpha)$  оценены на основе теоретических расчетов, проведенных в работе [5]. На рис.12 приведены результаты настоящей оценки для изотопа  $^{58}\text{Ni}$  в сравнении с оценками NDJ и КЕДАК. Все три приведенные оценки совпадают лишь вблизи порога и при энергии 14 МэВ, а при остальных значениях энергии расходятся. Расчет, проделанный в работе [5] и положенный в основу настоящей оценки, кажется наиболее обоснованным, так как в работе [5] исследован выбор параметров плотности уровней, при которых наилучшим образом воспроизводится экспериментальная зависимость сечения реакций  $(n,p)$  и  $(n,\alpha)$  от энергии нейтрона в области ядер Cr - Ni. Ошибка в рекомендованных кривых сечения  $(n,\alpha)$  на изотопах никеля (около 30%) в основном обусловлена неопределенностью в описании плотности возбужденных уровней остаточных ядер при расчетах по статистической теории.

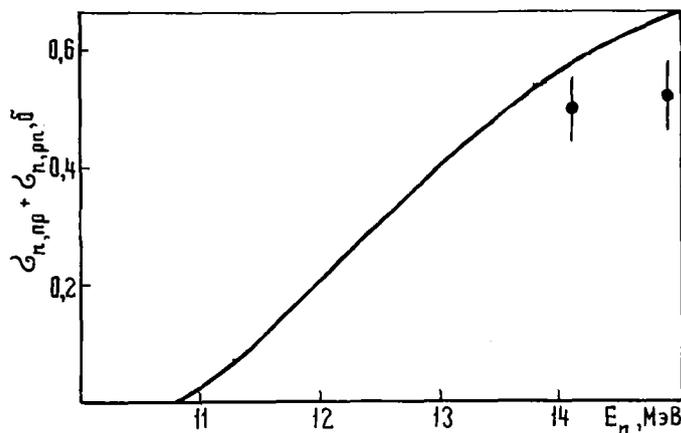


Рис. 10. Суммарное сечение реакций  $(n,np)$  и  $(n,pn)$  на  $^{58}\text{Ni}$  по оценкам следующих работ: — — — — — настоящая оценка;  $\bullet$  - [18]

На рис.9 сравниваются результаты настоящей оценки сечения  $\sigma_{in}$  и оценки, сделанной в ливерморской лаборатории [1], с экспериментальными данными. Наблюдаемое при энергиях 10-13 МэВ расхождение, по-видимому, связано с неодинаковым подходом к оценке сечения реакции  $(n,np)$  (рис.10). Ошибка рекомендованной кривой сечения  $\sigma_{in}$  составляет  $\sim 7\%$  до  $E_n = 8$  МэВ и  $\sim 10\%$  при  $E_n > 8$  МэВ.

Сечения  $(n,p)$  и  $(n,np)$  на изотопах никеля оценены на основе имеющихся экспериментальных данных и теоретических расчетов, выполненных в работах [5,6]. Следует отметить, что теоретический метод расчета позволяет разделить вклады реакций  $(n,np)$  и  $(n,pn)$ , отличающиеся последовательностью вылета нейтрона и протона из возбужденного ядра. Такое разделение необходимо учитывать в оценке спектров эмиссии частиц из ядра, облучаемого нейтронами [6]. Так как экспериментальные данные по реакции  $(n,p)$  на изотопах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$  имеются в достаточ-

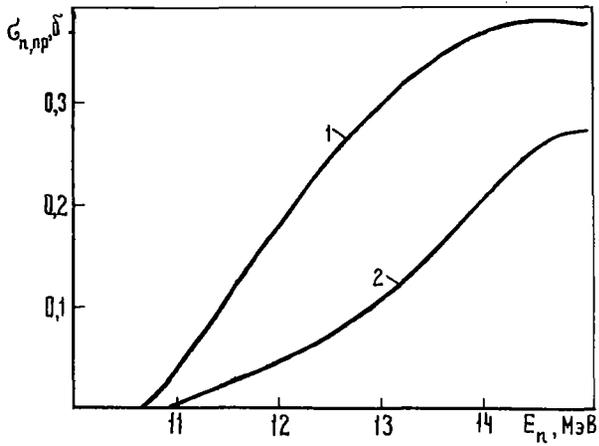


Рис.11. Сечения реакций  $(n, pr)$  [кривая (1)] и  $(n, pn)$  [кривая (2)] на  $^{58}\text{Ni}$

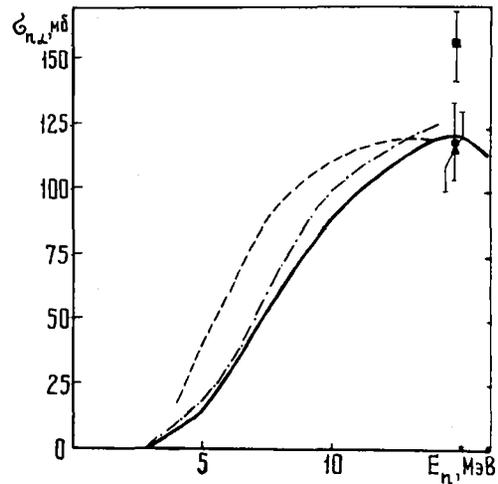


Рис.12. Сечение реакции  $(n, \alpha)$  на  $^{58}\text{Ni}$ ; экспериментальные точки соответствуют данным следующих работ:

■ - [21] (до введения поправки);  
 ● - [21] (после введения поправки);  
 ▲ - [22]; --- [2]; -.-.- [1];  
 — — — — — настоящая оценка

Экспериментальные данные по сечению реакции  $(n, 2n)$  имеются лишь для изотопа  $^{58}\text{Ni}$ , на котором это сечение измерено достаточно хорошо. Для изотопов  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$  экспериментальные данные отсутствуют, поэтому оценка сечения  $(n, 2n)$  для этих изотопов проведена на основе расчетов по статистической модели работы [5], в которых была учтена поправка на предравновесную эмиссию нейтронов. Рекомендованные кривые сечения  $(n, 2n)$  для изотопов  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$  приведены на рис.13,14 в сравнении с оценкой Перлштейна для энергии 13,14, 15 МэВ [19] и оценкой Беди при энергии 14,7 МэВ, полученной на основе систематики  $(N-2)$  [20]. Как видно из рисунков, результаты этих трех оценок не согласуются между собой, однако настоящая оценка кажется предпочтительнее, так как она рассчитана на основе современных теоретических представлений. Неопределенность рекомендованной кривой составляет  $\sim 20\%$ .

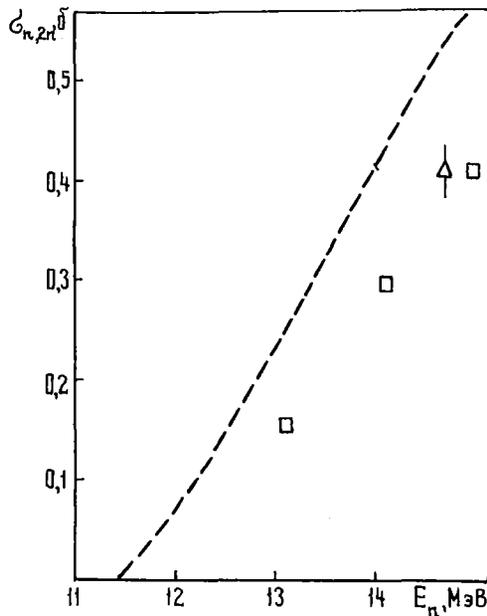


Рис.13. Сечение реакции  $(n, 2n)$  на  $^{60}\text{Ni}$  по оценкам следующих работ:  
 --- — — — — настоящая оценка; □ - [19];  
 Δ - [20]

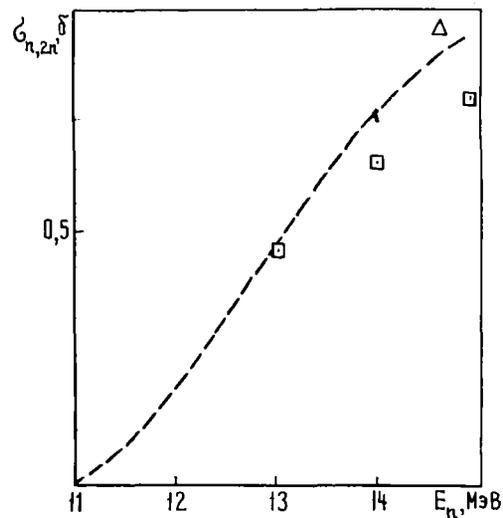


Рис.14. Сечение реакции  $(n, 2n)$  на  $^{62}\text{Ni}$  по оценкам следующих работ:  
 --- — — — — настоящая оценка; □ - [19];  
 Δ - [20]

## Спектры неупругого рассеяния нейтронов

Спектры неупругого рассеяния на изотопах никеля оценены на основе теоретического анализа экспериментальных данных при  $E_n = 9,14$  МэВ, статистической теории и модели предравновесного распада, выполненного в работе [6]. В спектрах эмиссии нейтронов учтен вклад реакций  $(n, n')$ ,  $(n, 2n)$  и  $(n, pn)$ .

## С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. ENDL-2. Report UCRL-50400. V.2, 1972.
2. S c h m i d t J.J. - KFK-120, Karlsruhe, 1966.
3. А о а г я и Д.П. и др. Групповые константы для расчета атомных реакторов. М., Атомиздат, 1964.
4. Б н ч к о в В.М. и др. - В кн.: Нейтронная физика. (Материалы III Всесоюзной конференции). Ч.I. Киев, 1975, с.160.
5. Б н ч к о в В.М., П а щ е н к о А.Б. Препринт ФЭИ-699. Обнинск, 1976.
6. Б н ч к о в В.М., П л я с к и н В.И. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1976, вып.22, с.20.
7. Б а з а з я н ц Н.О. и др. - В кн.: Ядерные константы. Вып.8, ч.I, 1972, с.61.
8. G a r b e r D.I., S t r ö m b e r g L.G. e.a. Angular distribution in neutron-induced reactions. BNL-400, 1970.
9. K i n p e y W., P e r e y F. ORNL-4807, 1974.
10. П о п о в В.И., С а п р и к и н Е.М. Ядерно-физические исследования в СССР. Вып.20. М., Атомиздат, 1975, с.32.
11. Б р о д е р Д.Л. и др. - "Атомная энергия", 1964, т.16, с.103.
12. В о з ш у н г Р. e.a. - "Nucl.Phys.", 1971, v.A.161, p.593.
13. T o w l e J.H., O w e n s R.O. - "Nucl.Phys.", 1967, v.A.100, p.257.
14. С л а р к е R.L., С г о с с W.G. - "Nucl.Phys.", 1967, v.A.95, p.320.
15. N i s h i m u r a K. - "Nucl.Phys.", 1965, N 70, p.421.
16. П о п о в В.И. и др. - Бюллетень ЦИД. Вып.6, М. Атомиздат, 1966, с.296.
17. F u j i t a e.a. - "Nucl.Sci. and Techn.", 1972, v.9(5) p.301.
18. N e u e r t H., P o l l e h n H. Euratom Rep., 1963, Eur. 1220.
19. P e a r l s t e i n S. - "Nucl.Sci. and Engng", 1965, v.23, p.238.
20. В ö d у Z.T., С s i k a i I. - "Atomic Energy Rev.", 1973, v.11, p.153.
21. Д о л я Г.П. и др. - В кн.: Нейтронная физика. (Материалы III Всесоюзной конференции). Ч.I Киев, 1975, с.173.
22. S e e b e c k U., В о г м а н н М. - "Nucl.Phys.", 1965, N 68, p.387.

## ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ В ОЦЕНКАХ КОНСТАНТ ВЫСШИХ ИЗОТОПОВ ПЛУТОНИЯ НА ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БОЛЬШОГО БЫСТРОГО РЕАКТОРА

А.И. Воропаев, А.А. Ваньков, В.В. Возяков, В.Н. Кононов,  
М.Ф. Троянов

INFLUENCE OF VARIATIONS IN NUCLEAR DATA OF HIGHER PLUTONIUM ISOTOPES ON LARGE FAST REACTOR PHYSICAL CHARACTERISTIC. The evaluation is made for higher plutonium isotopes constants on the base of new experimental data. The change of the values of breeding ratio and critical mass for the BN-1500 reactor model is found related to calculation with use of BNAB-70 constants.

В больших быстрых реакторах планируется в качестве горючего использовать плутоний с высоким содержанием высших изотопов ( $\sim 30 \div 50\%$ ). Ядерные данные этих изотопов в системе констант БНАБ-70 были оценены в 1962-1964 гг. и значительно отличаются от современных оценок. В ЦЯД ФЭИ имеются оценки констант высших изотопов плутония (работа [1], файлы (402В, 403В) библиотеки UKNDL, файлы (7177, 7178) Ливерморской библиотеки ENDL-2, некоторые данные ENDF/BIV). Большой объем информации по сечениям деления изотопов плутония содержится в атласе сечений BNL-325 и в материалах симпозиума по трансактиноидам [2,3]. Некоторые результаты получены также в работах [4,5]. В настоящей работе изучены различные оценки констант указанных изотопов. Основное внимание обращено на анализ новых экспериментальных данных по сечению захвата, так как оценки различных авторов существенно различаются.

Измерение сечений захвата в области  $E_n > 0,1 \div 0,5$  кэВ - сложная техническая задача. Причиной этого является высокая  $\alpha$ -активность и, следовательно, большой фон от мягких  $\gamma$ -излучений; фон от спонтанного деления; необходимость разделить  $\sigma_f$  и  $\sigma_{\gamma}$  для  $^{241}\text{Pu}$ , а также подбарьерное деление для  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$  и примеси нечетных изотопов. Экспериментальных данных в этой области имеется недостаточно. В Ок-Ридже в течение шести лет проводятся измерения этих сечений, но опубликованы лишь предварительные данные по  $\sigma_{\gamma}(^{242}\text{Pu})$ ,  $\alpha(^{241}\text{Pu})$  в области 0,1-350 кэВ [6,7]. В RPI проводились измерения  $\sigma_{\gamma}(^{240}\text{Pu})$  и  $\sigma_{\gamma}(^{242}\text{Pu})$  в области 6-30 кэВ [8,9]. Данные работ RPI и ORNL по  $\sigma_{\gamma}(^{240}\text{Pu})$  хорошо согласуются. Для изотопа  $^{242}\text{Pu}$  имеются данные единственного эксперимента RPI [9]. Как и ожидалось из систематики сечений, сечение  $(^{242}\text{Pu})$  близко к сечению захвата  $^{240}\text{Pu}$ . В настоящее время целесообразно принять их одинаковыми. Авторы работ [7-9] погрешность измерений сечения захвата  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$  оценивают  $\pm 8\%$ . Реальная точность, по-видимому, составляет  $\sim 20\%$ . Точность измерения  $\alpha(^{241}\text{Pu})$  в работах [6,7] оценивается  $\sim 15\%$ . Так как в данном эксперименте измеряемой величиной является  $\alpha + \text{const}$  ( $\text{const} \approx 1 \div 1,5$ ) при малом значении  $\alpha \approx 0,2-0,3$ , реальная точность (как показывает опыт измерений с  $^{239}\text{Pu}$ ), очевидно, не выше 25%.

В табл. I приведены групповые константы (средние по спектру I/E), принятые авторами настоящей работы для дальнейшего анализа. Сечения захвата  $^{240}\text{Pu}$  и  $^{241}\text{Pu}$  в области  $E_n < 200$  кэВ соответствуют экспериментальным результатам ORNL. В области  $E_n > 200$  кэВ они близки к опубликованным данным ENDF/BIV. Сечения деления  $^{240}\text{Pu}$  соответствуют оценкам В.А. Коньшина. Сечения деления  $^{241}\text{Pu}$  близки к опубликованным данным ENDF/BIV. Погрешность оценки сечения деления принята равной  $\pm 10\%$ .

Среднее полное число вторичных нейтронов деления  $\nu$  для  $^{240}\text{Pu}$  взято из оценок В.А. Коньшина с небольшой поправкой из-за учета последней рекомендации МАГАТЭ по  $\nu(^{252}\text{Cf}) = 3,746$  [10]. Для  $^{241}\text{Pu}$  принято значение  $\nu_{\text{тепл}}$  из работы [10],  $\partial\nu/\partial E$  - по работе [4]. Таким образом, принято

$$\nu(^{240}\text{Pu}) = 2,845 + 0,146 E_n ;$$

$$\nu(^{241}\text{Pu}) = 2,924 + 0,143 E_n$$

с общей (коррелированной) погрешностью  $\sim 1\%$ .

Таблица I

№ группы	Энергетический интервал	Оценка констант $^{240}\text{Pu}$ , $^{241}\text{Pu}$		$\beta_f (^{241}\text{Pu})$	$\beta_f (^{240}\text{Pu})$
		$\beta_c (^{241}\text{Pu})$	$\beta_c (^{240}\text{Pu})$		
5	1,4-0,8 МэВ	0,11 (+80)	0,18 (-25)	1,57 (+21)	1,58
6	0,8-0,4 "	0,10 (+10)	0,21 (-19)	1,50 (+16)	1,45
7	0,4-0,2 "	0,14 (-12)	0,25 (-27)	1,76 (+10)	0,57
8	0,2-0,1 "	0,29 (+11)	0,32 (-29)	2,01 (-4)	0,14
9	100-46,5 кэВ	0,31 (-21)	0,50 (-23)	2,23 (-20)	0,08
10	46,5-21,5 "	0,55 (-10)	0,70 (-22)	2,71 (-29)	0,12
11	21,5-10 "	0,90 (-7)	0,95 (-27)	3,27 (-39)	0,12
12	10-4,65 "	1,0 (-23)	1,4 (-22)	4,34 (-33)	0,12
13	4,65-2,15 "	1,9 (-5)	2,0 (-26)	6,4 (-28)	0,10
14	2,15-1 "	3,0 (+2)	3,2 (-29)	8,5 (-29)	0,15
15	1000-465 эВ	4,6 (+15)	5,5 (-15)	17,0 (+6)	0,29
16	465-215 "	11,0 (+200)	6,5 (-30)	30 (+43)	0,27
17	215-100 "	12 (+50)	27 (+50)	36 (+20)	0,06

Примечание. Цифры в скобках - отличие от констант БНАБ, %.

#### Изменение физических характеристик реактора типа БН-1500

Для оценки изменений основных физических параметров большого оксидного быстрого реактора, ожидаемых в связи с пересмотром констант высших изотопов плутония, рассмотрена упрощенная модель реактора типа БН-1500. Модель имела следующие параметры:

$\nu_{A,3} = 8,3 \text{ м}^3$ ,  $(\text{DП})_{A,3} = 3,3$ ,  $R_{A,3} = 167$ , толщина бокового и торцевого экранов 41 и 50 см соответственно. Объемные доли в активной зоне  $\epsilon_T / \epsilon_{\text{Na}} / \epsilon_{\text{ст}} = 47/32/21$ ; плотность топлива  $\rho_T = 8,6 \text{ г/см}^3$ . Загружаемый плутоний имеет высокое содержание высших изотопов  $^{239}\text{Pu} / ^{240}\text{Pu} / ^{241}\text{Pu} = 64/25/11$ . Модель отражает схему трехзонного выравнивания. Содержание плутония в экране и осколков деления во всем реакторе соответствует среднестационарному состоянию при глубине выгорания 10%. Коэффициенты чувствительности  $K_{\text{эф}}$ , КВ и КВА были получены прямыми расчетами Л.В.Точным по двумерной программе КИТ (18-4-RZ-15).

В табл.2 приведены результаты оценки изменения основных параметров реактора БН-1500 (по сравнению с расчетом по системе констант БНАБ-70), полученной на основе коэффициентов чувствительности. Существенно изменяется  $\Delta K/K$  (-2,2%) в значении

Изменение основных параметров реактора БН-1500				Таблица 2	$K_{\text{эф}}$ из-за изменения сечения деления $^{241}\text{Pu}$ . Меньшее влияние оказало изменение этого сечения на КВ и КВА. Изменение сечения деления $^{241}\text{Pu}$ , вытекающее из оценок В.А.Коньшина и УИИИЛ, приводит для $K_{\text{эф}}$ и КВ к такому же результату. Как показали расчеты, переоценка сечения деления $^{241}\text{Pu}$ в системе БНАБ, согласно данным табл. I, практически устраняет расхождение расчета по константам БНАБ-70 с экспериментальным значением спектрального индекса $r_{41} / r_9$ [(Э-Р)/Р = -18%] для сборки ZPPR-2 [11]. $K_{\text{эф}}$ и КВ вслед-
Тип сечения	$K_{\text{эф}}$ ( $\Delta K/K$ )	КВА, а.е.	КВ, а.е.		
$\beta_c (^{240}\text{Pu})$	+0,3%	+0,002	+0,003		
$\beta_c (^{241}\text{Pu})$	+0,5%	-0,011	-0,005		
$\nu (^{240}\text{Pu})$	+0,1%	+0,001	+0,001		
$\beta_f (^{241}\text{Pu})$	-2,2%	-0,015	-0,017		
$\beta_c (^{241}\text{Pu})$	0,1%	0,001	0,001		
$\nu (^{241}\text{Pu})$	-0,2%	-0,001	-0,001		
Результирующий эффект	-1,5	-0,024	-0,020		

ствии переоценки сечения захвата  $^{240}\text{Pu}$  меняются на +0,5% и -0,005 [абсолютных единиц (а.е.)] соответственно. Изменение этих параметров (по оценкам В.А.Коньшина и UKNDL) составляет несколько большую величину.

В табл. 3 даны оценки точности и смещений параметров реактора БН-1500, вытекающие из анализа экспериментов на плутониевых критических сборках [II] и настоящей переоценки констант высших изотопов плутония. Можно ожидать уменьшения коэффициента воспроизводства на -0,08 (а.е.) увеличения времени удвоения на 15% по сравнению с расчетом по константам БНАБ. Из-за компенсации погрешностей констант  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{U}$  и  $^{241}\text{Pu}$  расчет по константам БНАБ, по-видимому, не дает большой ошибки в расчете  $K_{эф}$  реактора типа БН-1500 с загруженной "грязным плутонием".

Таблица 3

Смещение и точность параметров реактора БН-1500 при учете интегральных экспериментов и переоценке ядерных данных для  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$

Параметр	Точность расчета по системе констант БНАБ-70	После учета экспериментов на сборках		После учета экспериментов на сборках и переоценки сечений $^{240}\text{Pu}$ , $^{241}\text{Pu}$	
		Точность	Изменение параметра относительно расчета по системе констант БНАБ-70	Точность	Изменение параметра относительно расчета по системе констант БНАБ-70
$K_{эф}$	±5%	±3%	+1,4%	±2%	-0,1%
КВ	±0,09	±0,07	-0,06	±0,06	-0,08
КВА	±0,08	±0,06	-0,06	±0,05	-0,08
Время удвоения	±25	±20	+10%	±15	+15%

В табл.4 приведены составляющие компоненты погрешности основных параметров реактора БН-1500, отвечающие современному уровню знаний. Можно отметить приблизительно одинаковый вклад погрешности констант  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{238}\text{U}$ , осколков деления и изотопов  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$  в общую погрешность  $K_{эф}$ . В погрешностях КВ и КВА определяющей является погрешность констант  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{238}\text{U}$ .

Таблица 4

Составляющие погрешности физических параметров реактора БН-1500

Источник погрешности	Точность расчета по системе констант БНАБ-70, %			Точность расчета после учета экспериментов на сборках, %			Точность расчета после учета экспериментов на сборках и переоценки констант $^{240}\text{Pu}$ , $^{241}\text{Pu}$ , %		
	$K_{эф}$	КВ	КВА	$K_{эф}$	КВ	КВА	$K_{эф}$	КВ	КВА
Константы $^{239}\text{Pu}$ , $^{238}\text{U}$ стали	4,0	5,1	6,6	0,9	3,6	4,5	0,9	3,6	4,5
Константы осколков деления	1,2	2,2	2,8	1,2	2,2	2,8	1,2	2,2	2,8
Константы $^{240}\text{Pu}$ , $^{241}\text{Pu}$	2,7	2,4	2,7	2,7	2,4	2,7	1,5	1,3	1,4
Результирующая погрешность	5,1	6,1	7,7	3,1	5,0	5,9	2,1	4,5	5,5

Приведенные оценки не являются окончательными. Необходимо более тщательно проанализировать матрицу ошибок групповых констант рассматриваемых изотопов. Кроме того, необходима переоценка факторов блокировки (совместно со средними сечениями). Как показал предварительный расчет факторов блокировки  $\Gamma_c$  ( $^{240}\text{Pu}$ ), в области разрешенных резонансов по библиотеке UNDL факторы блокировки БНАБ при  $\sigma_0 = 10^3$  б завышены на 20-40%.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Оценка ядерных констант  $^{240}\text{Pu}$  для создания полного файла. В кн.: Нейтронная физика (Материалы III Всесоюзной конференции. Киев, 9-13 июня 1975 г.). Т.2, М., 1976, с. 34. (ЦНИИатоминформ). Авт.: Г.В.Анципов, А.Р.Бендерский, В.А.Коньшин, Е.Ш.Суховицкий.
2. Neutron Cross Sections, Third Edition, BNL-325, Jan. 1976, N.-Y. DI. Garrer, R.R.Kinsey. 1976.
3. Transactinium Isotope Nuclear Data (TND) Proc. conf., IAEA, 1975, v. 1-3.
4. A New Evaluation of Nuclear Data for  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ . International Symposium on Physics of Fast Reactors, Tokio. 1972, v. 11, p. 683-702. Auth.: M. Caner, S.Yifthan, B.Shatz, R.Meger.
5. T h o m e t P. Methode de Calcul par Modele Statistique des Sections Efficaces Neutroniques sur Noyaux Lourds Entre 3 keV et 1 MeV. CERN, Saclay, Rapport CEA-R-4631, 1974.
6. W e s t o n L.W., T o d d I.H. Neutron Fission and Absorbtion Cross Section Measurements for  $^{239}\text{Pu}$  and  $^{241}\text{Pu}$ . TANS, 1972, v. 15, N 1, p. 480.
7. W e s t o n L.W., T o d d I.H. Measurement of the Neutron Capture Cross Sections of the Actinides. Nuclear Cross Sections and Technology. NBS Special Publication 425, 1975, v. 1, p. 51-61.
8. Н о с к е н б а р у R.W., М о у е с W.R., Б л о с к R.C. Neutron Capture, Fission and Total Cross Sections of  $^{240}\text{Pu}$  20 eV-30 keV. - "Nucl. Sci. and Engng", 1972, v. 49, p. 153-161.
9. Н о с к е н б у р у R.W., S a n i s l o A.I., К а у с к а л N.N. KeV Capture Cross Section of  $^{242}\text{Pu}$ . v. 11, p. 584-586. (См.[7]).
10. L e m e l H.D. The Third IAEA Evaluation of the 2200 m/s and 20°C Maxwellian Neutron Data for  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  and  $^{241}\text{Pu}$ , v.1, p.286-292. (См.[7]).
11. Тенденции в оценках параметров критичности и воспроизводства перспективного бридера.- "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1975, вып. 20, ч. 2, с. 112-175. Авт.: А.И.Воропаев, А.А.Ваньков, Б.В.Колосков, Н.Ф.Троянов.

## ОБ ИНФОРМАТИВНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СПЕКТРОВ СКОРОСТЕЙ НЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА РЕАКТОРНЫХ СБОРКАХ

А.А. Ваньков, Ю.А. Казанский, А.В. Шапарь

ON INFORMATIVENESS OF NEUTRON REACTION RATES SPECTRA IN REACTOR ASSEMBLIES. The uncertainties of multi-group neutron spectrum calculations due to a resonance structure of neutron cross-sections is discussed. An importance of the new experiments on neutron flux and reaction rate spectrometry in critical assemblies is outlined. The analysis of such experimental data allows to precise the elastic transfer cross-sections and other Physical characteristics of a reactor medium.

К настоящему времени выполнено много программ экспериментов по изучению спектров нейтронов в реакторных средах. Основные итоги этой работы, проведенной в 1970-1974 гг., подведены в обзоре [1], в котором сделан вывод о наличии систематических расхождений между результатами и о существенной роли погрешностей расчетного метода, в частности, определения сечения замедления. О большой погрешности сечения замедления говорилось в работах, посвященных корректировке констант на основе интегральных данных, где отмечалось противоречие между экспериментом и расчетом, необъяснимое погрешностями эксперимента и неопределенностями ядерных данных [2,3]. В работе [4] подтверждаются выводы о большой погрешности приближенного расчета сечений замедления и, соответственно, группового спектра нейтронов.

Для того, чтобы не только наблюдать расчетно-экспериментальные расхождения в спектрах нейтронов, но и глубже понять причины этих расхождений, целесообразно измерение спектров нейтронов на стенде ВФС-1, проводимые методом времени пролета, дополнить измерениями спектров скоростей реакций. Такое предложение, в частности, вытекает из рассмотрения информативности к ядерным данным измерений спектральных индексов [5]. Ниже обсуждается возможность измерения спектров скоростей реакций с точки зрения уточнения энергетических зависимостей заблокированных нейтронных сечений, в том числе сечения замедления. Пусть наряду с потоком нейтронов  $\phi(U)$  измеряется спектр скоростей реакций, протекающих в сборке

$$\psi_j^i(U) = \sum_j^i(U) \phi(U), \quad (1)$$

где  $i$  - номер изотопа сборки;  
 $j$  - тип реакции.

Для простоты будем исследовать область энергий нейтронов  $< 100-50$  кэВ, где роль неупругого рассеяния относительно невелика, т.е. основные процессы: радиационный захват нейтронов и деление тяжелых ядер. Эти процессы обуславливают непостоянство плотности замедления

$$\frac{dq}{dU} = -\Sigma_a(U) \phi(U), \quad (2)$$

где  $\Sigma_a$  - полное макроскопическое сечение поглощения нейтронов в среде сборки. С другой стороны, имеют место групповые уравнения нейтронного баланса

$$\phi_{k-1} \Sigma_{ze}(k-1 \rightarrow k) = \phi_k [\Sigma_{ak} + \Sigma_{ze}(k \rightarrow k+1)], \quad (3)$$

где  $\Sigma_{ze}$  - сечение замедления за счет упругого рассеяния, определяющее переход из группы с номером  $k$  в следующую группу. Оно, по определению, связано с плотностью замедления соотношением

$$q(U_{k+1}) = \Sigma_{ze}(k \rightarrow k+1) \phi_k \Delta U_k, \quad (4)$$

с другой стороны из соотношения (2) следует, что

$$q(U) = q_0 - \text{const} \int_{U_0}^U \Sigma_{\alpha}(U) \phi(U) dU \quad (5)$$

для  $U > U_0$ , где  $U_0$  - граница, ниже которой можно приближенно считать  $q(U) \approx q_0$  (отсутствие неупругих процессов). Вводя нормировку  $q_0 = 1$  и физическое условие  $q(U) \rightarrow 0$  при  $U \rightarrow \infty$ , получим связь между наблюдаемыми спектрами и сечением замедления

$$q(U) = 1 - \frac{\int_{U_0}^{U_k} \Sigma_{\alpha}(U) \phi(U) dU}{\int_{U_0}^{\infty} \Sigma_{\alpha}(U) \phi(U) dU} = \Sigma_{ze}(U_k) \Delta U_k, \quad (6)$$

что, позволяет определить энергетический ход из  $\Sigma_{ze}$  по экспериментально наблюдаемым величинам  $\phi(U)$  и  $\psi(U)$  и сравнить его с расчетом. После несложных преобразований из выражения (6) получаем

$$\Sigma_{ze}^{exc}(U_k) = \frac{\text{const}}{\phi(U_k) \Delta U_k} \left\{ 1 - \frac{\int_{U_0}^{U_k} \Sigma_{\alpha}(U) \phi(U) dU}{\int_{U_0}^{\infty} \Sigma_{\alpha}(U) \phi(U) dU} \right\}. \quad (7)$$

Таким образом совместный анализ экспериментальных данных по  $\phi(U)$  и  $\psi(U)$  позволяет определить энергетические зависимости заблокированных сечений ( $\Sigma_{\alpha}(U_k)$ ,  $\Sigma_{ze}(U_k)$ ), а также энергетическую зависимость плотности замедления  $q(U_k)$ .

Очевидно, наблюдаемые в этих экспериментах эффекты резонансной блокировки, в особенности в величинах  $\sigma_f(^{238}\text{U})$ ,  $\alpha(^{239}\text{Pu})$ , для условий реальных реакторных композиций имеют важное значение. Большую информацию эти спектры содержат по отношению к сечению замедления, погрешность которого из-за резонансной структуры сечений особенно велика. Наклон низкоэнергетической части спектра определяется величиной  $\Sigma_{\alpha}(U_k) / \Sigma_{ze}(U_k)$ , что позволяет определить влияние погрешности сечений  $\Sigma_{\alpha}(U_k)$  и  $\Sigma_{ze}(U_k)$  порознь на расхождение экспериментальных и расчетных данных для спектров нейтронов. Если в эксперименте также измерить пропускания через образец с составом критической сборки, то тогда оказывается доступным экспериментальной проверке основное положение (и вытекающие из него следствия) концепции факторов блокировки Бондаренко - постоянство плотности соударений  $\phi(U) \Sigma_t(U)$ . Измеренные спектры поглощения, пропускания и рассеяния имеют и самостоятельное значение, поскольку позволяют найти средние групповые заблокированные сечения  $\Sigma_{\alpha j}$ ,  $\Sigma_{s j}$ ,  $\Sigma_{t j}$  и сравнить их с расчетами, чтобы проверить методы и исходные данные для получения расчетных групповых макросечений. Возможны и эксперименты по оценке коэффициентов блокировок для материалов, входящих в состав сборки. С этой целью можно измерить средние сечения на пучке сборки при наличии тяжелого рассеивателя (с малым сечением поглощения) в месте вывода нейтронов и сравнить с сечениями для реального (невозмущенного) спектра нейтронов.

В настоящее время освоена методика измерения спектра нейтронов по времени пролета на комплексе БФС-1-микротрон [6]. Измерения низкоэнергетической части спектра нейтронов проводятся в интервале энергий 200 кэВ - 30 эВ на пролетной базе длиной 280 м с помощью высокоэффективного детектора нейтронов - гелиевых счетчиков в замедлителе [7]. Процессы захвата, деления и рассеяния следует изучать на более короткой базе, чтобы существенно поднять значение величины потока нейтронов. Так, при измерениях на пролетной базе длиной 50 м с использованием существующего выходного канала поток нейтронов с энергией 1 кэВ для сборки, спектр которой аналогичен спектру сборки БФС-27, будет составлять 0,1 нейтр/(с·см<sup>2</sup>) на 5 мкс для следующих параметров ускорителя: ток в импульсе 15 мА;

частота 100 Гц; длительность импульса 2 мкс. Мощность стенда при этом будет составлять < 200 Вт и в дальнейшем может быть повышена, если допустить активируемость реакторных материалов.

Проведенные оценки указывают на возможность измерения эффектов захвата, деления и рассеяния в образцах реакторных материалов в интервале энергий 20 кэВ - 20 эВ. При этом энергетическое разрешение будет составлять соответственно 20 - 2%.

Возникает вопрос о типе детектора для измерения процессов захвата, деления и рассеяния. Современный опыт ядерно-физического эксперимента свидетельствует в пользу большого жидкостного сцинтилляционного детектора  $\gamma$ -излучений захвата и деления или детектора типа Майер-Лейбнитца [8]. Для регистрации рассеянных нейтронов можно использовать детектор на основе гелиевых счетчиков, аналогичный по своим свойствам детектору - гелиевых счетчиков в замедлителе [7]. Для измерения пропускания нейтронов может быть использована методика измерения спектра нейтронов по методу времени пролета.

Таким образом, представляется целесообразной постановка новых экспериментов для получения более широкой информации о нейтронных сечениях с учетом эффектов, связанных с их резонансной структурой и со сложными процессами формирования спектра в различных реакторных средах. Интерес представляет среда из обедненного урана или двуокиси урана. Спектр нейтронов, близкий к асимптотическому, может быть сформирован во вставке, расположенной в центре критической сборки.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. К а з а н с к и й Ю.А., В а н ' к о в А.А., И н у т и н Е.И. Neutron spectrometry in fast reactor physics. - "Atomic Energy review", 1975, v.13, N 4, p.807.
2. В а н ь к о в А.А., В о р о п а е в А.И. Уточнения групповых констант и расчетных функционалов в результате ряда экспериментов на критических сборках БЭС. Препринт ФЭИ-444, Обнинск, 1975.
3. В а н ь к о в А.А., В о р о п а е в А.И. Корректировка групповых констант по результатам экспериментов на сборках БЭС. - "Атомная энергия", 1975, т. 39, вып. I, с. 51.
4. Детальный расчет спектра нейтронов и проблема подготовки групповых констант. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1976, вып. 23. Авт.: М.Ф.Воротынцева, А.А.Ваньков, А.И.Воропаев и др.
5. В а н ь к о в А.А., В о р о п а е в А.И. Анализ интегрального реакторно-физического эксперимента. Препринт ФЭИ-295, Обнинск, 1972.
6. Е ф и м е н к о В.Ф., Ш а п а р ь А.В. Метод времени пролета для измерения спектров нейтронов в быстрых критических сборках. Препринт ФЭИ-620, Обнинск, 1975.
7. Ш а п а р ь А.В., Е ф и м е н к о В.Ф. Разработка и экспериментальное изучение характеристик детектора нейтронов "гелиевые счетчики в замедлителе". Препринт ФЭИ-431, Обнинск, 1973.
8. M a k l i n R.L., G i b o n s J.H. - "Phys. Rev.". 1967, N 159, p. 1007.

CONSTRUCTION OF THE RATIONAL FRACTION APPROXIMATIONS OF A RESONANCE CURVE BY THE PSEUDOINVERSION METHOD. A linear recurrent method is proposed for the construction of the rational fraction approximations of experimental data. The linearized problem is solved by the pseudo-inversion of a rectangular matrix. The proposed algorithm allows to get the approximants with an arbitrary orders of polynomials in the numerator and in the denominator. The convergence and effectiveness of the method are investigated for model problems.

### Введение

Наиболее употребительным методом обработки экспериментальных данных в целях их параметризации и анализа является метод наименьших квадратов (МНК) на различных классах аппроксимируемых функций. В настоящей работе рассмотрены некоторые аспекты этого метода (при обработке резонансных кривых с помощью дробно-рациональной аппроксимации), связанные с нелинейностью соответствующей математической задачи. Предлагается простой метод ее линеаризации, исследуется вопрос о сходимости итерационного процесса, при этом линеаризованная задача решается методом псевдообратной матрицы.

### Постановка задачи в общем случае

При обработке необходимо найти значения параметров  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ , при которых принимает минимальное значение выражение

$$\Delta = \sum_{k=1}^N [(f(x_k, \alpha) - f_3(x_k)) F(x_k, \alpha)]^2 \quad (1)$$

в предположении, что вид функции  $f(x, \alpha)$  и весового множителя  $F(x, \alpha)$  известны (суммирование ведется по экспериментальным точкам  $x_k$ ;  $f_3(x_k)$  - экспериментальные значения). для определения  $\alpha_i$  следует решить относительно  $\alpha_i$  систему  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \alpha_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

однако система (2) может быть решена, если она линейна относительно  $\alpha_i$ . Линейному случаю соответствует, например, выбор в качестве  $f$  полинома  $\sum_{i=1}^n \alpha_i x^{i-1}$  и минимизация абсолютного отклонения при  $F(x, \alpha) = 1$ . В случае же системы нелинейных уравнений появляются принципиальные трудности двух типов. Во-первых, в общем случае нет прямого способа решения системы нелинейных уравнений, поэтому приходится использовать приближенные методы, в частности итерационные. Их разработке посвящено много работ, но сходимость метода при большом числе параметров фактически оценивается эмпирически, по конечному результату. Во-вторых, даже если итерационная процедура сходится, неизвестно, получен абсолютный или относительный минимум, поскольку, в отличие от линейной задачи, система (2) может иметь много решений.

Поясним последнее утверждение примером. Для этого опишем набор "экспериментальных данных"  $f_3(1) = f_3(-1) = a$ ;  $f_3(0) = 0$  с помощью функции  $f(x, \alpha) = \alpha_0 + \alpha_1 x$ , но минимизировать будем относительное отклонение

$$\Delta = \sum_k \left( 1 - \frac{f_3(x_k)}{\alpha_0 + \alpha_1 x_k} \right)^2. \quad (3)$$

В этом случае система уравнений (2) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{a}{\alpha_0 - \alpha_1} - 1 \right) \frac{1}{(\alpha_0 - \alpha_1)^2} - \frac{1}{\alpha_0^2} + \left( \frac{a}{\alpha_0 + \alpha_1} - 1 \right) \frac{1}{(\alpha_0 + \alpha_1)^2} &= 0 \\ - \left( \frac{a}{\alpha_0 - \alpha_1} - 1 \right) \frac{1}{(\alpha_0 - \alpha_1)^2} - \left( \frac{a}{\alpha_0 + \alpha_1} - 1 \right) \frac{1}{(\alpha_0 + \alpha_1)^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(Задача будет линейной, если относить невязку, как это обычно делается, к экспериментальному значению). Решениями этой системы будут  $\alpha_0 = -a/6$ ;  $\alpha_1 = \pm i\sqrt{5}/a$  (у исходной задачи есть еще решение  $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ ). Таким образом уже при полиномиальной аппроксимации, но при минимизации относительного отклонения, получается несколько формальных решений, включая комплексные. При использовании дробно-рациональной аппроксимации даже минимизация абсолютного отклонения  $F(x, \alpha) = 1$  приводит к системе (2), допускающей множество решений.

### Псевдообратная матрица

Прежде чем перейти к задаче описания экспериментальных данных с помощью дробно-рациональных функций, рассмотрим линейный случай МНК, когда для определения  $\alpha_i$  получается система линейных уравнений вида

$$\sum_i a_{mi} \alpha_i = y_m, \quad (5)$$

которая решается обращением матрицы  $A$  (здесь не рассматриваются проблемы, связанные с возможной плохой обусловленностью этой матрицы). В последние годы интенсивно развивается теория обобщенных обратных матриц, которая еще редко применяется в практических вычислениях. Определение и сведения о свойствах псевдообратной матрицы приведены в работе [1], библиография - в работах [2, 3]. В частности, псевдообратная матрица  $A^+$  (прямоугольная  $n \times m$ ) дает наилучшее приближенное решение системы  $Ax = y$ , где  $x$  - столбец длины  $n$ ;  $A$  - матрица  $m \times n$ ,  $y$  - столбец длины  $m$ . При этом минимизируется квадратичное отклонение

$$|y - Ax|^2 = \sum_{k=1}^m |y_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i|^2. \quad (6)$$

Число неизвестных при этом может отличаться от числа уравнений в любую сторону. Когда задача не доопределена, среди всех столбцов  $x$  выбирается в качестве  $x^0$  столбец с наименьшим значением  $\sum_{k=1}^m |x_k|^2$ . Если в качестве  $y_m$  подставить в выражение (6) значения  $f_{\theta}(x_m)$ , а вместо  $\sum_i a_{mi} \alpha_i$  подставить  $\sum_i x_m^{i-1} \alpha_i$ , то получим систему уравнений типа (5) для полиномиальной аппроксимации, решение которой методом псевдообратной матрицы и будет решением соответствующей задачи МНК. Простой рекуррентный метод построения псевдообратной матрицы  $A^+$  по матрице  $A$  (метод Гревилля) приведен в работе [1].

Таким образом, использование метода псевдообратной матрицы позволяет оперировать сразу с исходными данными, не переходя к системе уравнений (2). В дальнейшем при решении линейной задачи МНК будем пользоваться именно этим методом. Отметим еще, что умножение какого-либо из уравнений метода псевдообратной матрицы на число соответствует введению дополнительного весового множителя для соответствующей экспериментальной точки.

### Линеаризация задачи в случае дробно-рациональных функций

Для целей анализа резонансных сечений представляет интерес МНК с функцией  $f(x)$  в виде отношения двух полиномов, где

$$f(x) = \frac{P(x)}{1+Q(x)}; \quad P(x) = \sum_{i=0}^N P_i x^i; \quad Q(x) = \sum_{i=1}^M q_i x^i. \quad (7)$$

При любом задании веса  $F$  в этом случае система уравнений (2) будет нелинейной. Одним из методов линеализации является разложение функции в ряд Тейлора, но для этого, надо "находиться" достаточно близко к минимуму. Другой путь состоит в построении схемы итераций: в системе уравнений (2) часть множителей (например, знаменатели) предполагаются известными из предыдущей итерации, так, чтобы каждое из получающихся уравнений было линейным относительно неизвестных параметров. Систему уравнений метода псевдообратной матрицы можно схематически записать в виде

$$f(x_k, p, q) F(x_k, p, q) = f_0(x_k) F(x_k, p, q) .$$

При таком подходе очевидно, что надо линеализовать левую часть уравнения. Для этого воспользуемся соотношением

$$f = \frac{P}{1+Q} = P - Qf \quad (8)$$

и запишем систему уравнений методом псевдообратной матрицы в виде

$$F_{i-1}(P_i - Q_i f_{i-1}) = f_0 F_{i-1} . \quad (9)$$

Здесь  $f_{i-1}$  и  $F_{i-1}$  предполагаются известными из предыдущей матрицы, а коэффициенты  $P_k^{(i)}$  и  $Q_k^{(i)}$  можно вычислить методом псевдообратной матрицы, получить  $P_i(x_k)$ ,  $Q_i(x_k)$ ,  $f_i(x_k)$ ,  $F_i(x_k)$ , подставить в следующую итерацию и т.д.

#### Оценка сходимости итераций

Введем следующие обозначения:

$$\varepsilon_i(x) = f_i(x) - f(x) ; \quad (10)$$

$$\delta(x_k) = (f(x_k) - f_0(x_k)) F(x_k) ; \quad (11)$$

$$\delta_i(x_k) = (f_i(x_k) - f_0(x_k)) F_i(x_k) ; \quad (12)$$

$$\delta'_i(x_k) = (P_i(x_k) - Q_i(x_k) f_{i-1}(x_k) - f_0(x_k)) F_{i-1}(x_k) , \quad (13)$$

здесь  $f(x)$  и  $F(x)$  - неизвестные истинные значения аппроксимирующей функции и весового множителя.

Предположим еще, что  $\varepsilon_i(x) \ll f(x)$ , тогда из выражений (11) - (13) в первом порядке по  $\varepsilon_i$  получим:

$$\delta'_i(x_k) = \delta(x_k) + \varepsilon_i(x_k) F(x_k) . \quad (14)$$

В случае  $F = I$  соотношение (14) верно при любых  $\varepsilon_i(x_k)$  и смысл его очевиден: отклонение восстановленной кривой от эксперимента есть сумма отклонения от истинной и отклонения истинной кривой от эксперимента.

Метод псевдообратной матрицы дает для системы (10) наилучшее приближение к МНК, поэтому

$$\sum_k (\delta'_i(x_k))^2 \leq \sum_k (\delta_{i-1}(x_k))^2 , \quad (15)$$

Знак равенства получится, если  $P_i - Q_i f_{i-1} = f_{i-1}$ , т.е. если в результате итерации восстановились исходные данные.  $P_i$  и  $Q_i$  связаны соотношением  $\frac{P_i}{1+Q_i} = f_{i-1}$  и итерации сошлись. Подставляя в выражение (13)  $f_i = f + \varepsilon_i = \frac{P_i}{1+Q_i}$ , получаем из уравнений (12) и (13) в первом порядке по  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_{i-1}$ :

$$\delta'_i(x_k) = \delta_{i-1}(x_k) + F(x_k)(1+Q(x_k))(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}) . \quad (16)$$

Используя уравнение (14), получим, что для сходимости итерации необходимо, чтобы

$$\sum_k (\delta(x_k) + F(x_k) \varepsilon_i(x_k))^2 \leq \sum_k (\delta(x_k) + F(x_k) \varepsilon_{i-1}(x_k))^2, \quad (17)$$

а из уравнений (15) и (16) следует, что

$$\sum_k (\delta(x_k) + F(x_k) \varepsilon_i(x_k) + Q_i(x_k) F(x_k) \varepsilon(x_k) - \varepsilon_{i-1}(x_k))^2 \leq \sum_k (\delta(x_k) + F(x_k) \varepsilon_{i-1}(x_k))^2. \quad (18)$$

Отклонения  $\delta(x_k)$  распределены случайным образом, а остальные величины в неравенстве (18) меняются от точки к точке плавно. Кроме того, по смыслу весовой множитель всегда положителен, предположим еще, что искомая функция  $f$  положительна и не имеет полюсов на исследуемом отрезке действительной оси, т.е.  $I + Q > 0$  и что  $f_i(x)$  достаточно близко к  $f(x)$ , т.е.  $|\varepsilon_i(x_k)| \ll |\delta(x_k)|$ . Тогда суммируя по  $k$  в неравенстве (18) и приравнявая нулю слагаемые вида  $\sum_k \delta(x_k) \varphi(x_k)$ , где  $\varphi(x) -$  гладкая функция, получим из неравенства (18)

$$\sum_k (1+Q) [\varepsilon_i^2 - \varepsilon_{i-1}^2 + Q(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2] \leq 0. \quad (19)$$

Исследуя выражение (19), получим, что из этого неравенства следует либо неравенство (17), либо преобладающий вклад в неравенство (19) дают слагаемые с  $-1 < Q(x_k) \leq -\frac{1}{2}$ ,  $\varepsilon_i(x_k)$  и  $\varepsilon_{i-1}(x_k)$  противоположных знаков и  $|\varepsilon_i(x_k)| > |\varepsilon_{i-1}(x_k)|$ .

Приведенные выше исследования не являются строгим доказательством сходимости предложенного итерационного процесса, а лишь помогают понять результаты расчетов модельной задачи.

#### Модельная задача

Для исследования свойств предлагаемого метода было обработано несколько математических экспериментов: обрабатывались одно-, двух- и трехрезонансные кривые с ошибкой, внесенной датчиком случайных чисел со среднеквадратичным относительным отклонением 1, 2, 3, 5 и 10%.

Для ускорения сходимости итераций оказалось полезным вставлять в итерацию не просто результат предыдущей итерации, а функцию, зависящую еще от  $f_3(x_k)$ . При этом учитывалось, что решаемая в каждой итерации задача дает наилучшее описание эксперимента суперпозицией двух полиномов  $P_i$  и  $Q_i$ ; коэффициент смешивания зависит от  $x_k$  как  $f_{i-1}(x_k)$ . Опишем эксперимент дробно-рациональной функцией  $P_i/(1+Q_i) = P_i - Q_i f_i$ . Путем использования выражения (13) получим, что такая функция будет описывать с невязкой  $\delta'_i(x_k)$  другие экспериментальные точки  $f'_3(x_k)$ , которые можно найти из уравнения (13) и

$$\delta'(x_k) = (P_i - Q_i f_i - f'_3) F_i. \quad (20)$$

Заметим, что это уже не есть описание по методу наименьших квадратов. Представляется разумным предположить, что истинная функция сдвинута по отношению к  $f_i$  на величину, пропорциональную  $f_3 - f'_3$ . Поэтому в качестве исходных данных для следующей итерации взяли

$$f'_i = f_i + \Delta_i z^2 / (\alpha + |z|)^2, \quad (21)$$

где  $z = \left| \frac{\Delta_i}{\Delta'_i} - 1 \right|$ ;

$$\Delta_i = f_3 - f_i;$$

$$\Delta'_i = f'_3 - f_i;$$

$\alpha$  - параметр, который подбирается эмпирически.

Кроме такого подхода использовался и другой, основанный на том, что в случае минимизации относительного отклонения весовой множитель  $F(x)$  равен просто  $f(x)^{-1}$ , что позволяет получить систему уравнений

$$\frac{Q'_i(x_k) f_3(x_k)}{P_i(x_k)} = 1 - \frac{f_3(x_k)}{P_i(x_k)}, \quad (22)$$

линейных относительно  $Q'_i(x_k)$ , если задано  $P_i(x_k)$ . Эта система уравнений использовалась для коррекции  $Q(x)$ : после каждого этапа итераций (9) вычисляли  $Q'_i$  и в следующую итерацию подставляли  $f'_i = P_i / (1 + Q'_i)$ .

Применение описанного метода дало вполне удовлетворительные результаты. Итерации сходились и полученные кривые согласовались с "экспериментальными данными" в пределах известных "ошибок". Ниже приведены результаты обработки трехрезонансной кривой со среднеквadraticным относительным отклонением 5%, первый вариант соответствует итерациям с  $Q = 2$ , а второй - итерациям с коррекцией  $Q(x)$ .

№ итерации	I-й вариант		2-й вариант	
	Среднеквadraticное относительное отклонение, %	$P_I$	Среднеквadraticное относительное отклонение, %	$P_I$
I	48	22,5	48	22,5
3	11,8	56,9	9,6	107,5
5	7,5	57,1	7,43	122,4
7	6,22	55,6	6,39	124,4
9	5,25	41,7	5,78	118,7
11	4,88	27,7	5,42	107,7
13	4,59	24	5,18	94,18
15	4,46	17	5,027	79,76
24	4,27	-	-	-

Из поведения коэффициентов  $P_I$  видно, что в двух разных вариантах процесс сходится к разным локальным минимумам.

#### Выводы

Предложенный метод линеаризованного построения дробно-рационального приближения обладает преимуществами перед способом, опирающимся на использование цепных дробей [4]. Во-первых, он применим в единой форме для разных соотношений между  $M$  и  $N$  (для цепных дробей  $M = N + 1$ ). Во-вторых, новый алгоритм проще и "работает" быстрее. В-третьих, линеаризованная задача теоретически проще, что облегчает обоснование метода и рассмотрение вопросов сходимости. Однако вопрос о его применимости к сложным задачам с большим числом параметров еще требует рассмотрения.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Г а н т м а х е р Ф.Р. Теория матриц. М., "Наука", 1966.
2. Ф а д е е в Д.К., Ф а д е е в а В.Н. Записки научных семинаров Ленинградского отделения математического института АН СССР. Т. 54. 1975, с. 3.
3. R a o С., M i t r a S. Generalized inverse of matrices and its application. N.-Y. 1971
4. В и н о г р а д о в В.Н., Г а й Е.В., Р а б о т н о в Н.С. Препринт ФЭИ-484, Обнинск, 1974.

В.Н. Виноградов, Е.В. Гай, Н.С. Работнов

THE APPEARANCE PROBABILITY OF FALSE PEAKS IN ANALYSING OF RESONANCE CURVES. The probability is calculated of appearance of "false peaks", i.e. of the terms corresponding to complex poles in the rational approximants for experimental data. The results are checked by Monte-Carlo method. No instability of the solution is occurred up to large excess in the number of parameters. False peaks (one for every 15 points approximately) keep inside error limits.

Введение. Постановка задачи

Удобным методом обработки и анализа экспериментальных данных, особенно резонансных кривых, является приближение дробно-рациональными функциями (Паде-аппроксимация  $[1]$ , ПА). В работе  $[2]$  описаны способы построения таких приближений, достаточно эффективные и устойчивые к погрешностям эксперимента и позволяющие описывать сложные спектры с одновременным определением 40-50 параметров.

При ПА функция  $f(x)$  приближенно описывается

$$f^{[N,M]}(x) = P_N(x)/Q_M(x), \quad (I)$$

где  $P_N$  и  $Q_M$  - полиномы степеней  $N$  и  $M$  соответственно, полное число параметров  $L = N + M + 1$ . Определив корни знаменателя, можно разложить уравнение (I) в сумму элементарных слагаемых

$$f^{[N,M]}(x) = \text{const} + \sum_{i=1}^{\ell_1} \frac{\alpha_i x + \beta_i}{\gamma_i^2 + (x - \varepsilon_i)^2} + \sum_{k=1}^{\ell_2} \frac{a_k}{x - p_k} \quad (Ia)$$

(здесь предполагается, что  $N \leq M$ ). Число параметров  $L$  заранее не известно и само подлежит определению в процессе обработки. Когда  $L$  достаточно велико, статистические критерии практически не позволяют определить его однозначно. При этом оказалось полезным следующее свойство ПА: когда  $L$  близко к оптимальному значению, дальнейшее его увеличение, т.е. рост степеней полиномов  $P$  и  $Q$ , приводит к появлению в выражении (Ia) значений  $p_k$ , лежащих в пределах исследуемого интервала аргумента и соответствующих малым значениям  $a_k$ . Такие слагаемые называют "шумовыми полюсами" и не учитывают в окончательном результате, который таким образом регуляризуется. Можно, однако, ожидать, что наличие случайного разброса точек приводит и к появлению ложных пиков, т.е. слагаемых первого типа в выражении (Ia), соответствующих парам комплексно сопряженных корней. Пик или "резонанс" вместе с постоянным слагаемым (фоном) описывается в ПА, как следует из выражения (Ia), вообще говоря, пятью параметрами.

Оценить вероятность появления резонанса можно следующим образом. Пусть функция  $f(x)$  принимает случайные значения из нормального распределения  $N(0,1)$  с равным нулю средним значением и единичной дисперсией при пяти эквидистантных значениях  $X = -2, -1, 0, 1, 2$ . Проведем функцию  $f^{[2,2]}(x)$  через эти пять точек. Какова вероятность того, что  $Q_2(x)$  будет иметь при этом пару комплексных корней, а не два действительных?

Аналитическая оценка вероятности

Рассмотрим систему из пяти уравнений

$$\frac{p_2 x_i^2 + p_1 x_i + p_0}{q_2 x_i^2 + q_1 x_i + 1} = f_i, \quad (2)$$

где  $x_i = i = -2, -1, 0, 1, 2$ , а  $f_i$  - заданные случайные числа. Найдем вероятность того, что дискриминант полинома, стоящего в знаменателе,  $q_1^2 - 4q_2 < 0$ . Решив систему, получим

$$q_1 = \frac{A}{B}; \quad q_2 = \frac{C}{B}, \quad (3)$$

где A, B и C следующие квадратичные формы по  $f_i$

$$A = -2(f_2 f_{-2} + f_1 f_{-1}) + \frac{9}{4}(f_2 f_{-1} + f_1 f_{-2}) - \frac{1}{4}(f_2 f_1 + f_{-1} f_{-2}); \quad (4)$$

$$B = \frac{9}{8}(f_2 f_{-1} - f_1 f_{-2}) - \frac{3}{2}(f_2 - f_{-2})f_0 + \frac{3}{8}(f_2 f_1 - f_{-1} f_{-2}) + \frac{3}{4}f_0(f_1 - f_{-1}); \quad (5)$$

$$C = -\frac{1}{2}f_2 f_{-2} + \frac{9}{8}(f_2 f_{-1} + f_1 f_{-2}) - \frac{3}{4}(f_2 f_0 + f_0 f_{-2}) + \frac{1}{8}(f_2 f_1 + f_{-1} f_{-2}) + \frac{3}{4}(f_1 f_0 + f_0 f_{-1}). \quad (6)$$

Из независимости  $f_i$  и вида выражений (4-6) следует, что величины A, B, C, как и каждое слагаемое в них, имеют средние значения, равные нулю, и распределены симметрично относительно нуля, а знак дискриминанта совпадает со знаком выражения

$D = A^2 - 4BC$ . Отсюда следует, что искомая вероятность  $\omega < 0,5$ , поскольку D есть сумма существенно положительной величины  $A^2$  и случайного слагаемого  $-4BC$ , принимающего с равной вероятностью положительные и отрицательные значения. При этом величины A, B, C не являются, строго говоря, независимыми (произведения матриц этих квадратичных форм отличны от нуля), однако, корреляция их, как линейно независимых функций пяти случайных переменных, должна быть достаточно мала, и ею можно пренебречь.

Диагонализация форм A, B, C дает следующие наборы собственных значений: A 2,25, -2; -0,25, 0; B 1,38, 0,46, 0, -0,46, -1,38; C 0,65, 0,55, 0,42, -0,39, -1,72. При этом собственные вектора нормированы и, следовательно, соответствующие им линейные комбинации переменных  $f_i$  также подчиняются распределению  $N(0, I)$  [3]. Таким образом, каждая из форм A, B, C есть разность двух величин, которые являются суммами квадратов одной, двух или трех случайных переменных, подчиняющихся распределению  $N(0, I)$ , с весами, равными приведенным выше собственным значениям. Статистические распределения этих сумм квадратов должны быть близки к  $\chi^2$ -распределениям (они обращаются в  $\chi^2$ -распределения при равных весах). Распределение для разности двух переменных, описываемых  $\chi^2$ -распределениями, можно получить по общей формуле перехода от  $x, y$  к новым независимым переменным  $u, v$  в двумерных распределениях

$$P(u) = \int_{v_1(u)}^{v_2(u)} P(x(u, v), y(u, v)) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| dv, \quad (7)$$

где интегрирование ведется вдоль линий уровня  $u$  [см. систему уравнений (3)]. Если  $x$  и  $y$  (отнесенные к своим средним значениям) независимы и подчиняются  $\chi^2$ -распределению с  $n$  степенями свободы каждая, а  $u = x - y$ , то подставляя явного вида  $\chi^2$ -распределения в формулу (7), получаем

$$P_1(u) = \frac{K_0(|u|/2)}{2\pi} \quad n=1 \quad (8)$$

$$P_2(u) = \frac{1}{2} e^{-|u|} \quad n=2, \quad (9)$$

где  $K_0$  - модифицированная функция Бесселя.

Учитывая явный вид квадратичных форм A, B, C, приведенных к диагональному виду, можно заключить, что их распределения близки к выражениям (8), (9) при следующих величинах  $n$  и средних значениях  $\lambda$ :  $n_A = 1, \lambda_A = 2, n_B = 2, \lambda_B = 1,84; n_C = 2, \lambda_C = 1,61$ . Эти значения можно подставлять в выражения (8), (9).

Следующий этап - получение распределения для произведения  $G = 4BC$ . Применяя формулы (7) и (9), получаем

$$P(G) = \frac{\alpha}{4} K_0(\sqrt{\alpha|G|}), \quad \alpha = \lambda_B \lambda_C = 2,96. \quad (10)$$

Распределение для  $A^2 = H$ .

$$P(A^2) = \frac{P(A) + P(-A)}{2|A|} = \frac{1}{4\pi\sqrt{H}} K_0\left(\frac{\sqrt{H}}{4}\right). \quad (11)$$

Последний этап - получение распределения для  $D = H - G$  и интегрирование его от  $-\infty$  до 0, что дает  $\omega$ . После переобозначения переменных интегрирования на  $x$  и  $u$  и перестановки пределов получаем

$$\omega = \frac{\alpha}{16\pi} \int_0^\infty K_0\left(\sqrt{\frac{x}{4}}\right) \frac{dx}{\sqrt{x}} \int_0^\infty K_0(\sqrt{\alpha(x+u)}) du. \quad (12)$$

Далее вычисляем интеграл по  $u$  и после замены переменной получаем

$$\omega = \frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha}} \int_0^\infty d\delta \cdot \delta \cdot K_1(\delta) \cdot K_0\left(\frac{\delta}{2\sqrt{\alpha}}\right). \quad (13)$$

Численное интегрирование дает  $\omega = 0,126$ , что нельзя считать пренебрежимо малой величиной. Кроме того, при росте числа экспериментальных точек  $N_{ex}$  удельная вероятность (в пересчете на пару полюсов, т.е. на четыре точки) может возрасти примерно вдвое, так как она должна быть приближенно пропорциональной отношению числа четверок подряд идущих точек к числу пар подряд идущих точек, и в рассмотренном примере, когда  $N_{ex}=5$ , это отношение равно  $1/2$ , а при  $N_{ex} \rightarrow \infty$  оно стремится к единице.

#### Проверка методом Монте-Карло. Выводы

Для проверки результатов проведенных выше приближенных расчетов вероятность появления ложных пиков и их характеристики были исследованы методом Монте-Карло. Для случайных функций при эквидистантных значениях аргумента строились и анализировались ПА. Были обработаны 69 последовательностей с  $N_{ex} = 5$  и по 10 последовательностей с  $N_{ex} = 11, 21$  и  $41$ . Наблюдаемые при этом вероятности появления ложных пиков в определенном выше смысле оказались равными  $0,1 \pm 0,035$ ;  $0,15 \pm 0,05$ ;  $0,24 \pm 0,07$  и  $0,24 \pm 0,04$  соответственно, что хорошо согласуется с проведенной аналитической оценкой.

Устойчивость ПА к шумам и при попытке "выжать" из данных как можно больше, увеличивая до предела число параметров, оказалась вполне удовлетворительной. Кривые, получившиеся после отбрасывания шумовых полюсов и представлявшие собой сумму ложных пиков (если таковые были), отклонялись от  $f = 0$  за пределы единичного коридора ошибок только для описания выбросов с частотой появления, укладывающейся в статистику. Никакой дополнительной раскочки решения отмечено не было. Полученные результаты означают, что при проведении ПА для появления ложных пиков необходимо после исчерпывания аналитической информации ввести около 10 лишних параметров, чего, конечно, при нормальных условиях не случается. Практика эксплуатации алгоритмов, описанных в [2], согласуется с таким выводом.

#### **С п и с о к л и т е р а т у р ы**

1. Р а д е Н. Ann. Ecole Normal Supérieure. Paris. 1892, v.9; 1899, v.16.
2. В и н о г р а д о в В.Н., Г а й Е.В., Р а б о т н о в Н.С. Препринт ФЭИ-484, Обнинск, 1974.
3. Статистические методы в экспериментальной физике. Под ред. А.А.Тяпкина. М., Атомиздат, 1976.

## МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ АППАРАТУРНЫХ СПЕКТРОВ

А.А.В а н ь к о в

STATISTICAL REGULARIZATION METHOD FOR UNFOLDING SPECTRA. The critical survey of some algorithms of unfolding spectra using the notion of statistical assembly is given. The method based on a consistent approach of using prior information is described.

Метод регуляризации для решения некорректно поставленных задач был развит в работах А.Н.Тихонова и широко известен (например, монография [1]). Ниже обсуждается не сама проблема корректности математических задач, а лишь частный аспект - распространение идеи регуляризации на обработку аппаратурных спектров  $f(x)$  с целью восстановления функции  $\varphi(x)$  путем решения интегрального уравнения Фредгольма I-го рода:

$$\int_0^{\infty} K(x, x') \varphi(x') dx' = f(x) \quad (1)$$

или в операторной форме

$$K\varphi = f. \quad (1a)$$

Известно, что сущность метода регуляризации заключается в построении некоторого алгоритма, обеспечивающего связь между мерами близости пары функций  $\varphi, \varphi^*$  и пары  $f, f^*$  в виде

$$R(\varphi, \varphi^*) = \alpha R(f, f^*), \quad (2)$$

где  $R$  - расстояние между функциями в пространствах  $\varphi$  и  $f$  соответственно, зависящие от выбора метрик в обоих пространствах;

$\alpha$  - некоторая ограниченная величина, зависящая от параметра регуляризации  $\alpha$ .

Пусть  $\varphi^*, f^*$  - точные "истинные" функции, удовлетворяющие уравнению (1a), а  $\varphi, f$  - их приближенные оценки. Тогда от алгоритма требуется, чтобы  $R(\varphi, \varphi^*) \rightarrow 0$  при  $R(f, f^*) \rightarrow 0$  и одновременно  $\alpha \rightarrow 0$ . Является ли задача с самого начала некорректно поставленной - зависит от выбора метрик в пространствах  $\varphi$  и  $f$ . А.Н.Тихонов называет этот подход детерминистическим, подчеркивая тем самым, что ошибка решения дается в форме оценки сверху, которая не характеризует вероятностную меру отклонения от "истинного" решения и может оказаться физически неправдоподобной. В статистическом подходе ошибка решения должна характеризоваться ковариационной матрицей (автокорреляционной функцией), т.е. допускать интерпретацию в форме доверительного интервала.

Появление параметра регуляризации  $\alpha$  тесно связано с попыткой наложить на искомое решение требование гладкости путем введения в рассмотрение некоторого функционала

$$(\varphi, \Omega \varphi) = \int_0^{\infty} [\varphi''(x)]^2 dx \quad (3)$$

при переходе от непрерывной задачи к ее алгебраической форме (замене интегралов на суммы по интервалам  $\Delta x_j$ ) последний функционал приобретает вид квадратичной формы

$$(\varphi, \Omega \varphi) = \sum_{i,j} \varphi_i \omega_{ij} \varphi_j, \quad (3a)$$

где "регуляризирующая матрица" имеет вид:

$$(\omega_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & \dots \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \dots \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{pmatrix} \quad (4)$$

Естественно искать решение путем минимизации как среднеквадратичного отклонения

$$\varepsilon^2 = (f - K\varphi)^T W (f - K\varphi), \quad (5)$$

так и функционала (3а) в их комбинации, т.е.

$$\min \{ (f - K\varphi)^T W (f - K\varphi) + \alpha \varphi^T \Omega \varphi \}, \quad (6)$$

где  $W$  - весовая матрица экспериментальных величин;

$T$  - в использованной матричной записи означает транспонирование.

При  $\alpha=0$  получаем традиционную формулировку метода наименьших квадратов, дающего неустойчивое решение для "плохо обусловленных" систем, у которых  $\det(K^T w k)$  близок к нулю. При  $\alpha \rightarrow 0$  получаем  $\varphi(x) \rightarrow 0$  - предельный случай крайне регуляризованного решения. Таким образом, проблема метода регуляризации применительно к задачам обработки состоит в "разумном" выборе параметра  $\alpha$ . Обычно предлагается практический способ определения  $\alpha$  путем тестовых расчетов или из дополнительного условия

$$(f - k\varphi)^T w (f - k\varphi) = e^2, \quad (7)$$

где  $e^2$  - некоторая средняя дисперсия эксперимента.

В теоретическом отношении эти предложения не упрощают определения ковариационной матрицы решения. Для преодоления этой трудности в пределах концепции гладкости необходима априорная информация, характеризующая гладкость спектра в форме статистических оценок, не зависящих от измерений  $f$ . Попытка развития такого метода регуляризации (статистической) была предпринята в работах [2-5].

Далее кратко опишем основные положения этих работ и изложим метод статистической регуляризации в форме, которая представляется последовательной и отвечающей названию метода.

Из выражения (6) найдем регуляризованное решение

$$\varphi = (K^T w k + \alpha \Omega)^{-1} K^T w f, \quad (8)$$

которое можно интерпретировать как статистическую оценку максимального правдоподобия, полученную с помощью априорной информации о решении в виде нормально распределенной априорной величины со средним значением  $E(\varphi_\alpha) = 0$  и ковариационной матрицей  $D(\varphi_\alpha) = (\alpha \Omega)^{-1}$ . При такой статистической интерпретации задачи возникало бы понятие ковариационной матрицы решения

$$D(\hat{\varphi}) = (K^T w k + \alpha \Omega)^{-1}, \quad (9)$$

если бы параметр  $\alpha$  задавался численно и независимо от результатов измеренной  $f$  в соответствии с идеей введения априорной информации. Тогда не ясным оставался бы вопрос о конкретном виде априорной информации и величине  $\alpha$ . В частности, вызывает возражение априорная оценка среднего  $E(\varphi_\alpha) = 0$ .

Параметр  $\alpha$  определяется в работах [2-5]. В данном обзоре предлагается оценить эту величину по измерениям  $f$ , затем воспользоваться решением задачи типа (8), (9), не учитывая при этом возникшую корреляцию  $\alpha$  и  $f$ . В самом деле, после оценки  $\alpha$  по данным  $f$ , введенная априорная информация перестает быть таковой, так как по определению, она должна быть статистически не зависимой от анализируемого эксперимента. Это обстоятельство в работах [2-5] не учитывается и не обсуждается. В то же время последовательное проведение предложенной схемы решения с учетом указанной корреляции  $\alpha$  и  $f$  привело бы к обычному нерегуляризованному решению, получаемому без какой-либо априорной информации. Приведенное значение в равной степени относится к предлагаемым в работах [2-5] как варианту решения в наиболее узком допустимом ансамбле, так и к варианту решения в "слоистом ансамбле". Вариант решения в "слоистом ансамбле", предложенный в работе [2], обоснован тем, что из равновероятности априорного распределения  $P_\alpha(\alpha) = \text{const}$  не следует равновероятность априорного распределения  $\varphi$ , так как при выбранном условном распределении

$$P_\alpha(\varphi/\alpha) = C_\alpha \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \varphi^T \Omega \varphi\right), \quad (10)$$

получим

$$P_\alpha(\varphi) = \int P(\varphi/\alpha) P(\alpha) d\alpha \neq \text{const}. \quad (11)$$

Однако в этом факте отражается лишь эффект "сжимания интервалов" при замене переменных с нелинейным преобразованием. Как известно, этот эффект порождает логическую трудность с постулатом Байеса при выяснении смысла равновероятного распределения как характеризующего "полное незнание".

В связи с вариантом решения в наиболее узком допустимом ансамбле, предлагается критерий выбора  $\alpha$ , имеющий нетривиальное решение из-за наличия экстремума

$$S^2(\alpha) = S^2(0), \quad (I2)$$

где

$$S^2(\alpha) = \langle (f - k\varphi)^T w (f - k\varphi) \rangle \quad (I3)$$

и знаки  $\langle \rangle$  означают усреднение, по апостериорному ансамблю решений с заданным параметром  $\alpha$ . Однако, как следует из работ [2-5], в результатах такого усреднения игнорировались перекрестные члены  $\varphi_i \varphi_j$ , отражающие корреляцию компонент решения  $\varphi^\alpha$ , из-за чего в функции  $S^2(\alpha)$  возник минимум, которого не должно быть при последовательном усреднении по апостериорному ансамблю решений. В самом деле, наложение дополнительных ограничений на решение со все большим весом  $\alpha$ , как известно, приводит к монотонному росту квадратичной невязки  $S^2(\alpha)$  и появление минимума не имеет качественного объяснения.

Следует отметить, что метод статистической регуляризации должен основываться на использовании априорной информации, однако выбор параметра регуляризации не должен быть связан с анализируемым экспериментом. Если решать задачу обработки спектров, пользуясь концепцией гладкости, то метод статистической регуляризации является частным случаем более общего подхода к обработке экспериментальных данных - "байесовским подходом" [6]. При этом требование гладкости спектра формируется следующим образом. Предположим, что имеется информация о гладкости в виде, например, независимых оценок второй производной в разных точках с матрицей ошибок этих оценок

$$\hat{m} = \{ \hat{m}_i \} = \{ \varphi_{i+2} - 2\varphi_{i+1} + \varphi_i \}, \quad (I4)$$

$$D(\hat{m}) = \{ \sigma(m_i) \sigma(m_j) z_{ij} \}, \quad (I5)$$

где  $z_{ij}$  - коэффициенты корреляции оценок  $m_i, m_j$ , в частном случае при их независимости равны нулю.

Вектор  $m$  удобно представить в виде

$$m = \omega^T \varphi, \quad (I6)$$

где  $\omega$  - матрица коэффициентов чувствительности величин  $m_i$

$$\omega = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & \dots \end{pmatrix}.$$

Тогда регуляризованное решение получается, исходя из

$$\min \{ (f - k\varphi)^T w (f - k\varphi) + (m - \omega\varphi)^T D^{-1}(m) (m - \omega\varphi) \} \quad (I7)$$

и имеет вид

$$\hat{\varphi} = [K^T w k + \omega^T D^{-1}(\hat{m}) \omega]^{-1} [K^T w f + \omega^T D^{-1}(m) \hat{m}], \quad (I8)$$

$$D(\hat{\varphi}) = [K^T w k + \omega^T D^{-1}(m) \omega]^{-1}. \quad (I9)$$

При  $\hat{m} = 0$  и  $\omega^T D^{-1}(m) \omega = d\Omega$  приходим к формулам (8) и (9). Отсюда получают, что оператор  $\Omega$  в методе регуляризации при попытке его статистической трактовки имеет значение не ковариационной матрицы решения, а свертки коэффициентов чувствительности функционалов типа  $m$ , характеризующих гладкость решения. При байесовском подходе, очевидно, что априорная информация о гладкости решения может быть учтена в разнообразной форме, например, непосредственным заданием гладкого спектра  $\varphi$  с тем или иным "коридором", в котором ищется решение. При дисперсиях априорных величин, стремящихся к бесконечности, данный метод переходит в традиционный метод наименьших квадратов, дающий нерегуляризованное решение. Регуляризованное решение отличается от него устойчивостью и сохраняет все свойства статистических оценок. В байесовском подходе центр тяжести обработки эксперимента концентрируется вокруг вопроса оценки эксперимента и априорной информации, а не алгоритма поиска решения.

## С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Т и х о н о в А.Н., А р с е н и н В.И. Методы решения некорректных задач. М., "Наука", 1974.
2. Т у р ч и н В.Ф., К о з л о в В.П., М а л к е в и ч М.С. Использование методов математической статистики для решения некорректных задач. УФН, 1970, т.102, вып.3, с.345-386.
3. Т у р ч и н В.Ф. Решение уравнений Фредгольма I-го рода в статистическом ансамбле гладких функций. ЖВМ и МФ. 1967, т.7, № 6, с. 1270-1284.
4. Т у р ч и н В.Ф. Выбор ансамбля гладких функций при решении обратной задачи. ЖВМ и МФ. 1968, т.8, № 1, с. 230-238.
5. Т у р ч и н В.Ф., Н о з и к В.З. Алгоритмы решения некорректных задач методом статистической регуляризации. Препринт ФЭИ-138. Обнинск, 1969.
6. В а н ь к о в А.А. Байесовский подход в интерпретации результатов физических экспериментов. В кн.: "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", М., Атомиздат, 1974, вып.16, с.11-19.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ ИНДЕКС РАБОТ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО СБОРНИКА "ВОПРОСЫ  
 АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ. СЕРИЯ: ЯДЕРНЫЕ КОНСТАНТЫ" (1977, Вып. 25)  
 В МЕЖДУНАРОДНОЙ СИСТЕМЕ СИМВОЛ

ISOTOPE	QUANTI-	INSTI-	MIN	MAX	REFERENCE:	DATE	FIRST AUTHOR, COMMENTS
:	TY	TUTE	ENERGY	(EV)	:	:	:
Pu-239	ALF	FEI	1·0 <sup>2</sup>	1·0 <sup>6</sup>	YK 25	77	KONONOV+.ALF(E-NEUT),TBL, GRAPH
Pu-239	NG	FEI	1·0 <sup>5</sup>	1·4 <sup>6</sup>	YK 25	77	KONONOV+.SIG(E-NEUT),TBL, GRAPH
Pu-241	RES	CCP	3	4	YK 25	77	ANCIPOV+.D,WN,WG,Wf,TBL
Fe-56	NG	FEI	2		YK 25	77	SHERBAKOV+.TDF,SIG(NEUT-E), GRAPH
Fe-56	TOT	FEI	-2	1	YK 25	77	SHERBAKOV+.TDF,SIG(NEUT-E), GRAPH
Ni-58	DIN	FEI	1·0 <sup>6</sup>	1·5 <sup>7</sup>	YK 25	77	BYCHKOV+.OPTMDL, FN EXCIT,TBL
Ni-60	DIN	FEI	1·0 <sup>6</sup>	1·5 <sup>7</sup>	YK 25	77	BYCHKOV+.OPTMDL, FN EXCIT,TBL
Ni-58	NP	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-60	NP	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	NP	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-58	N2N	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-60	N2N	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	N2N	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-58	SEL	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-60	SEL	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	SEL	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-58	NA	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	NP	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	NA	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL
Ni-62	N2N	FEI	6		YK 25	77	BYCHKOV+.SIG,TBL

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

Назаров А.И., Фрунзе В.В.	
Пробеги осколков деления в разных средах .....	3
Кононов В.Н., Полетаев Е.Д.	
Анализ и оценка экспериментальных данных по величине $\alpha$ $^{239}\text{Pu}$ .....	23
Анципов Г.В., Коньшин В.А., Мороговский Г.Б., Суховицкий Е.Ш.	
Средние резонансные параметры $^{241}\text{Pu}$ в области неразрешенных резонансов .....	32
<u>Булавин П.Е.</u>	
Расчет сечения рассеяния медленных нейтронов методом фононного разложения с учетом когерентных эффектов на поликристалле .....	42
Щербаков О.А., Ступак А.И., Глуховец А.Н.	
Сечение радиационного захвата и полное сечение взаимодействия медленных нейтронов с ядрами изотопа $^{56}\text{Fe}$ .....	51
Бычков В.М., Попов В.И.	
Оценка нейтронных сечений на изотопах никеля в интервале энергий 1-15 МэВ ....	55
Воропаев А.И., Ваньков А.А., Возяков В.В., Кононов В.Н., Троянов М.Ф.	
Влияние изменений в оценках констант высших изотопов плутония на физические характеристики большого реактора .....	65
Ваньков А.А., Казанский Ю.А., Шапарь А.В.	
Об информативности измерения спектров скоростей нейтронных реакций на реакторных сборках .....	73
Виноградов В.Н., Гай Е.В., Дмитриев В.М., Работнов Н.С.	
Построение дробно-рациональных аппроксимаций резонансной кривой методом псевдообращения .....	76
Виноградов В.Н., Гай Е.В., Работнов Н.С.	
О вероятности появления ложных пиков при обработке резонансных кривых .....	81
Ваньков А.А.	
Метод статистической регуляризации для обработки аппаратурных спектров .....	84
Библиографический индекс работ научно-технического сборника "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы" (1977, вып.25) в международной системе СИИДА...	
	89

Редактор А.М.Кравцова

Корректоры: Г.С.Бабыкина  
Г.Н.Балашова  
Е.М.Спиридонова

---

Подписано в печать 30.05.77 Т07380 Формат 60x84 1/8  
Бумага офсетная Печ.л. 12 Уч.-изд.л. 9,6 Тираж 295 экз.  
Зак.тип.№ 423 Цена 70 коп.  
Индекс 3619. II статей

---

Отпечатано в ЦНИИатоминформе  
119146, Москва, Г-146, аб/ящ 584

УДК 539.173.8

ПРОБЕГИ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ В РАЗНЫХ СРЕДАХ. Назаров А.И., Фрунзе В.В. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.3-23.

Приводятся данные по средним пробегам легких, средних и тяжелых усредненных осколков деления  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  в любом природном элементе (или искусственно полученном), в химических соединениях элементов и механических смесях (рис.1, табл.11, список лит. - 22 назв.).

УДК 539.173.4

АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ВЕЛИЧИНЕ  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$ . Консвов В.Н., Полетаев Е.Д. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.23-32.

Приводится анализ методов дифференциального измерения и экспериментальных данных по величине  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$ . На основании анализа получены оцененные значения  $\alpha$   $^{239}\text{Pu}$  в области энергий нейтронов 0,1-1000 кэВ и ковариационная матрица погрешности. Результаты сравниваются с данными других оценок (рис.3, табл.3, список лит. - 31 назв.).

УДК 539.17.013

СРЕДНИЕ РЕЗОНАНСНЫЕ ПАРАМЕТРЫ  $^{241}\text{Pu}$  В ОБЛАСТИ НЕРАЗРЕШЕННЫХ РЕЗОНАНСОВ. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.32-41. Авт.: Г.В.Анципов, В.А.Коньшин, Г.Б.Мороговский, Е.Ш.Суховицкий.

Получены средние резонансные параметры  $^{241}\text{Pu}$  в области неразрешенных резонансов на основе средних параметров и анализа показателей в области разрешенных резонансов и средних нейтронных сечений в области неразрешенных резонансов (рис.4, табл.6, список лит. - 24 назв.).

УДК 539.172.4

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ МЕТОДОМ ФОНОННОГО РАЗЛОЖЕНИЯ С УЧЕТОМ КОГЕРЕНТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ПОЛИКРИСТАЛЛЕ. Булавин П.Е. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с. 42-50.

Излагается метод расчета нулевого и первого угловых моментов индикатрисы рассеяния с помощью фононного разложения. Когерентные эффекты на поликристалле учитываются в однофононном приближении. Вклад остальных фононов рассчитывается в некогерентном приближении. Сравниваются результаты расчетов полного сечения рассеяния на поликристаллическом бериллии с экспериментом (рис.6, список лит. - 7 назв.).

УДК 539.172.4

СЕЧЕНИЕ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА И ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ ИЗОТОПА  $^{56}\text{Fe}$ . Щербаков О.А., Ступак А.И., Глуховец А.Н. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.51-55.

С помощью нейтронного спектрометра на базе ускорителя ДУЭ-25 по методу времени пролета измерены полное сечение и сечение радиационного захвата нейтронов изотопа  $^{56}\text{Fe}$ . Измерения проводились при энергетическом разрешении 0,11 мкс/м в области 0,007-1200 эВ. Получены параметры отрицательного уровня при энергии  $E=-2,64$  кэВ и уровня  $E=1,153$  кэВ (рис.2, список лит. - 15 назв.).

УДК 539.172.4

ОЦЕНКА НЕЙТРОННЫХ СЕЧЕНИЙ НА ИЗОТОПАХ НИКЕЛЯ В ИНТЕРВАЛЕ ЭНЕРГИЙ 1-15 МэВ. Бычков В.М., Попов В.И. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.55-68.

Приводятся результаты оценки сечений реакций, протекающих при бомбардировке ядер никеля быстрыми нейтронами. Оценены данные экспериментальных работ, опубликованные по 1976 г. и расчеты по теоретическим моделям. Получены рекомендованные данные для функций возбуждения уровней при неупругом рассеянии нейтронов на изотопах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ , сечений пороговых реакций на изотопах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$ ,  $^{62}\text{Ni}$  угловых распределений упруго-рассеянных и энергетических спектров неупруго-рассеянных нейтронов для естественной смеси изотопов (рис.15, табл.11, список лит. - 22 назв.).

УДК 621.039

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ В ОЦЕНКАХ КОНСТАНТ ВЫСШИХ ИЗОТОПОВ ПЛУТОНИЯ НА ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БОЛЬШОГО БЫСТРОГО РЕАКТОРА. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.69-72. Авт.: А.И.Воропаев, А.А.Ваньков, В.В.Возяков, В.Н.Кононов, М.Ф.Троянов.

На основе последних экспериментальных данных оценены константы  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ . Изменение коэффициента воспроизводства и критической нагрузки реактора типа БН-1500 оценено в сравнении с расчетом по константам системы БНАБ-70 (рис.4, список лит. - II назв.).

УДК 621.039.519

ОБ ИНФОРМАТИВНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СПЕКТРОВ СКОРОСТЕЙ НЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА РЕАКТОРНЫХ СБОРКАХ. Ваньков А.А., Казанский Ю.А., Шапарь А.В. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с. 73-75.

Обсуждается погрешность расчетного группового спектра нейтронов, вызванная резонансной структурой сечений, обращается внимание на важность постановки новых экспериментов по измерению спектров потока нейтронов и скоростей реакций в сборке. Анализ таких экспериментальных данных позволяет уточнить сечение замедления и другие физические характеристики реакторной среды (список лит. - 8 назв.).

УДК 539.17

ПОСТРОЕНИЕ ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ РЕЗОНАНСНОЙ КРИВОЙ МЕТОДОМ ПСЕВДООБРАЩЕНИЯ. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.76-80. Авт.: В.Н.Виноградов, Е.В.Гай, В.М.Дмитриев, Н.С.Работнов.

Предлагается рекуррентный метод линеаризации построения дробно-рациональной аппроксимации экспериментальных данных. Линеаризованная задача решается методом псевдообращения прямоугольной матрицы. Предложенный алгоритм позволяет строить аппроксимации при произвольном соотношении степеней числителя и знаменателя. Его сходимость и эффективность исследуются на модельных задачах (список лит. - 4 назв.).

УДК 539.173

О ВЕРОЯТНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ ЛОЖНЫХ ПИКОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗОНАНСНЫХ КРИВЫХ. Виноградов В.Н., Гай Е.В., Работнов Н.С. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.81-83.

Вычисляется вероятность появления ложных пиков, т.е. слагаемых, соответствующих комплексным полюсам, при аппроксимации экспериментальных данных дробно-рациональными функциями. Расчет проверяется методом Монте-Карло. Даже при большом избытке параметров раскочки решения не происходит, ложные пики (примерно один на 15 точек) укладываются в пределы ошибок (список лит. - 3 назв.).

УДК 621.039.519

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ АППАРАТУРНЫХ СПЕКТРОВ. Ваньков А.А. - "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы", 1977, вып.25, с.84-87.

Дан критический обзор некоторых алгоритмов обработки спектров с использованием понятия статистического ансамбля. Изложен метод на основе последовательного подхода использования априорной информации (список лит. - 6 назв.).

①

**Цена 70 коп.**

**Индекс 3619**

**Вопросы атомной науки и техники.**  
**С е р и я: Ядерные константы, вып. 25, 1977, 1—92.**